Morse 理論と低次元多様体

冨田 大蔵（慶應義塾大学大学院理工学研究科 M1）

学部４年次から，松本幸夫先生の「Morse 理論の基礎」を読んでいます．Morse 理論とは多様体とその上の関数(Morse 関数)の相互関係についての理論であり，有限次元の場合の重要な結果として「n 次元閉じた多様体はいくつかの $h^{\lambda} := D^{\lambda} \times D^{n-\lambda}$（このようなものをハンドルという）たちの和(ハンドル体)に分解できる」というハンドル分解定理がある．さらにこのハンドル体はある種のセル複体にホモトピー同値になっており，この性質を用いて S^n など種々の典型的空間のホモロジー群や基本群を求めました．また多様体上の関数の指数λ臨界点の個数はλ次元 Betti 数以上になるという事実も知られています（Morse 不等式）．多様体の形状が関数の性質に影響を与える興味深い結果です．

現在は，ホモロジー，基本群などの幾何学の道具立てが揃ってきたところで，閉曲面や３，４次元多様体の基礎を学んでいます．多様体のハンドル分解の立場から，Heegaard 分解や Kirby calculus などを勉強しています．

今後は，これまでやってきた勉強の続きとして３次元あるいは４次元多様体を調べていこうか，それとも無限次元の Morse 理論を勉強していこうか迷っているところです．