Infinitesimal deformation of Compact complex manifolds

吉永哲雄

（大阪市立大学大学院理学研究科数物系専攻Ｍ２）

現在は「複素多様体論」（小平邦彦著　岩波書店）を読み進めています。コンパクト複素多様体には複素構造がパラメータに依存するもの（楕円曲線など）としないもの（射影空間など）がありますが、ここでは主に前者について考えます。

パラメータｔに依存するコンパクト複素多様体M_tの集合族$\{M_t \mid t \in B\}$（B：$\mathbf{C}^m$の領域）のなかで複素解析族というもの（これを(N,B,π)とかく。ここで、$\exists N$：複素多様体，$\exists \pi : N \to B$：全射正則 s.t. $\pi^{-1}(t)=M_t$はＮのコンパクト部分多様体，rank（$p \in N$におけるπの Jacobi 行列）＝dimB）が定義されます。各M_tにおいて座標変換はｔに依存しますが、そこからM_tの無限小変形$\partial M_t / \partial t \in H^1(M_t,\Theta_t)$（$\Theta_t$：$M_t$上の正則ベクトル場の芽の層）が定義されます。ここで、コンパクト複素多様体Ｍを与えたとき、$\pi^{-1}(0)=M$となる複素解析族(N,B,π)（$0 \in B \subset \mathbf{C}$）に対してＭの無限小変形$(dM_t/dt)_{t=0} \in H^1(M,\Theta)$が定まります。それでは逆に$\theta \in H^1(M,\Theta)$（$\Theta$：Ｍ上の正則ベクトル場の芽の層）も与えたときに$\pi^{-1}(0)=M$,$(dM_t/dt)_{t=0}=\theta$となる複素解析族$(N,B,\pi)$（$0 \in B \subset \mathbf{C}$）が存在するかどうか？という問題が生じますが、いまはこの問題を調べるための準備をしているところです。

今後は、この問題を解決した上で、Hopf 多様体などの具体的な多様体を用いて複素解析族を構成し、パラメータが動くときの複素構造の変化を見たいと思っています。