

Khovanov homology とその周辺

東京大学大学院数理科学研究科 修士課程 2 年 鈴木亮平*

Khovanov homology とは M.Khovanov [1] が 1999 年に構成した link の不変量で, Jones 多項式よりも真に強い不変量であることが知られている. より正確には, 線形空間からなる次のような複体を構成した: 複体の Euler 標数が Jones 多項式に等しく, そのホモロジー群は link の不変量となる. その構成は Jones 多項式の state による構成の視点があると理解しやすい (かもしれない). また, オリジナルより簡明な解説がいくつか知られている [2][3].

修士 1 年の時には, Khovanov homology について既に知られていたいくつかの事柄について学んだ.

- 絡み目図式の交点の解消に関する長完全列
- Lee's theory [4]
- Rasmussen's s-invariant と 4-genus [5], unknotting number
- (sharper) slice-Bennequin inequality

最近の興味は大きく分けて以下の二つ.

- knot の連結和に関する Khovanov homology の振る舞いの記述
- ある種のクラスに関する Khovanov homology (あるいは s-invariant) の計算

前者は, タングルの Khovanov homology [6] を用いることで複体レベルではテンソル積を用いて簡単に書けるので, このホモロジーを Künneth のスペクトル系列を用いて記述できないかと考えている. 後者は, 今まで有用な道具がほとんどなかったが, 最近 P.Turner [7] が新たにスペクトル系列を導入し, $(3, q)$ -torus link の Khovanov homology を求めたことから, これを使って他のクラスに関しても計算ができないかと考えている.

参考文献

- [1] M.Khovanov, "A categorification of the Jones polynomial", *Duke Math. J.* 101 (2000) no.3, 359-426.
- [2] D.Bar-Natan, "On Khovanov's categorification of the Jones polynomial", *Algebr. Geom. Topol.* 2 (2002), 337-370.
- [3] O.Viro, "Remarks on definition of Khovanov homology", math.GT/0202199.
- [4] E.S.Lee, "An endomorphism of the Khovanov invariant", *Adv. Math.* 197 (2005), no. 2, 554-586.
- [5] J.Rasmussen, "Khovanov homology and the slice genus", math.GT/0402131.
- [6] M.Jacobsson, "Chewing the Khovanov homology of tangles", *Fund. Math.* 184 (2004), 103-112.
- [7] P.Turner, "A spectral sequence for Khovanov homology with an application to $(3, q)$ -torus links", math.GT/0606369.

* rsuzuki@ms.u-tokyo.ac.jp