

複素多様体上の正則ベクトル束について

慶應義塾大学大学院理工学研究科 修士 2 年

富田 大蔵

複素多様体上の C^∞ ベクトル束のうち、それ自身複素多様体であり、射影が正則で、かつ正則な局所枠が存在する、という条件を満たすものを正則ベクトル束という。特にここでは Hermitic 計量の入った Hermitic 正則ベクトル束を考える。正則ベクトル束においてはその断面は正則であるものが考えられるが、この正則断面については次のようないわゆる消滅定理というものが知られている。

定理 1 ([2]) E をコンパクト複素多様体 M 上の階数 r の正則ベクトル束とし、 h を E の Hermitic 計量、 K を (E, h) の標準接続から定義された曲率とする。正則局所枠 e_1, \dots, e_r と M の局所座標系 z^1, \dots, z^n を用いて $h_{\alpha\bar{\beta}} = h(e_\alpha, e_\beta)$, $K_{\beta i \bar{j}}^\alpha = -\partial/\partial z^j (\sum h^{\alpha\bar{\gamma}} \partial h_{\beta\bar{\gamma}} / \partial z^i)$ とおき ($(h^{\alpha\bar{\beta}})$ は $(h_{\alpha\bar{\beta}})$ の逆行列)、行列

$$\left(\sum_i K_{\bar{\gamma}\beta i \bar{i}} \right)_{\gamma, \beta} \quad K_{\bar{\gamma}\beta i \bar{j}} = \sum_\alpha h_{\alpha\bar{\gamma}} K_{\beta i \bar{j}}^\alpha \quad (1)$$

は M の各点で負定値 Hermitic 行列になるとする。このとき、 E の正則断面は 0 に限る。

上記定理から、いくつかの系が得られる。例えば、

系 1 ([2]) M をコンパクトな n 次元 Hermitic 多様体とし、そのスカラー曲率は正であるとする。このとき、 M 上の正則 n -形式は 0 に限る。

現在は [1] などを読みながら、これらの定理及び系を理解すること、また定理の条件を満たす多様体の具体例を構成することを主な目標としている。

参考文献

- [1] 小林昭七, 複素幾何, 岩波書店, 2005.
- [2] S.Kobayashi and H-H.Wu, On holomorphic sections of certain hermitian vector bundles, *Math. Ann.*, 189(1970), 1-4.