今までの勉強と今興味を持っていること

青柳　将太
九州大学大学院数理学府数理学専攻修士課程１年

４月から James R. Munkres の Elements of Algebraic Topology を使っています. 前期は主に単体的ホモロジー群に関して習得すべき基本的内容の chain homotopy や acyclic carrier などをを勉強しました. まだ研究という研究には取り掛かっていませんが,Borsuk-Ulam の定理に興味があるので後期からは関連, 応用する内容について研究したい.

chain homotopy の内容を簡単ですが紹介します.

定義 1. $f, g : K \to L$ simplicial maps
f と g が contiguous
$\overset{\text{def}}{=}$ K の任意の単体 $\sigma = \langle v_0, \cdots, v_p \rangle$ に対して
$f(v_0), \cdots, f(v_p), g(v_0), \cdots, g(v_p)$ の span $\tau(\sigma)$ が L に属す.

τの次元は $\{f(v_0), \cdots, f(v_p), g(v_0), \cdots, g(v_p)$ の互いに異なる点の数 $\} - 1$
$f(v_0), \cdots, f(v_p), g(v_0), \cdots, g(v_p)$ が全て異なるとき $\dim \tau = 2p + 1$
$f(v_0), \cdots, f(v_p), g(v_0), \cdots, g(v_p)$ が全て同じ点のとき $\dim \tau = 0$ より

$$0 \leq \dim \tau \leq 2p + 1$$

定理 2. $f, g : K \to L$ contiguous simplicial maps
f, g から誘導される鎖準同型写像を $f_\sharp, g_\sharp$ とする.
$\Longrightarrow \forall p \in \mathbf{Z}$,$\exists D : C_p(K) \to C_{p+1}(L)$ s.t $\partial D + D\partial = g_\sharp - f_\sharp$
さらにホモロジー群の間の準同型写像を f_*, g_* とすると

$$f_* = g_* : H_p(K) \to H_p(L)$$

が成り立つ.