固定された閉ブレイドをもつ絡み目のブレイド化

岸本　健吾

大阪市立大学大学院理学研究科数物系専攻後期博士課程 1 年

$\mathbb{R}^3$ 内に置かれた立方体 I^3 内の任意のブレイドに対し, その上端と下端を I^3 の外部でそのまま縦に平行に結ぶことによって絡み目が得られます. この絡み目を閉ブレイドといいます. 一般的に向きはブレイド部分において上から下へ向かう向きをつけます. 同値なブレイドから得られる閉ブレイドは絡み目として同値です. 絡み目を閉ブレイドで表示することを絡み目のブレイド表示といいます. また任意の絡み目がブレイド表示に変形できる事が 1923 年に J. W. Alexander によって示されています. 1 つの絡み目に対し, そのブレイド表示は無数にあります.

絡み目をブレイド表示するために最小限必要なブレイドのひもの数をブレイド指数といいます. ブレイド指数は絡み目の不変量であることが知られています.

絡み目のダイアグラムの交点を全て平滑化することによっていくつかの向きの付いた円周が得られ, この円周をザイフェルト円周といいます. ブレイド表示されている絡み目のダイアグラムのザイフェルト円周は全て同方向の同心円となっています.

1987 年に S. Yamada が任意の絡み目のダイアグラムが同心化変形とよばれるダイアグラムの変形によってブレイド表示にできるということを示しました. またこの証明は絡み目のダイアグラムの最低限必要なザイフェルト円周の数がブレイド指数に等しいことを同時に示しています.

一般的に絡み目はその任意の成分の向きを逆にする事で得られる絡み目と同値ではありません. このときそれらの絡み目のブレイド指数の差はいくらか, という問題があります. 私は特に, 1997 年に S. Lambropoulou と C. P. Rourke によって示された, 固定された閉ブレイドをもつ絡み目をブレイド化できることをダイアグラムを用いて別証明を与え, その証明方法からブレイド指数の差の評価を得ました.

今後その評価をよりよいものにしていくつもりです.

参考文献

[1] J. Alexander, A lemma on a system of knotted curves, Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 9 (1923), 93-95.

[2] S. Lambropoulou and C. P. Rourke, Markov's theorem in 3-manifolds, Topology Appl. 78 (1997), 95-122.

[3] S. Yamada, The Minimal Number of Seifert Circles Equals the Braid Index of a Link, Invent. Math. 89 (1987), 347-356.