

Character Variety

大阪大学大学院理学研究科数学専攻 M2

升本 功樹

連結向き付け可能完備双曲 3 次元多様体の基本群は $PSL(2, \mathbb{C})$ への離散的で忠実な表現をもつ (これをホロノミー表現という)。

またこの表現は $SL(2, \mathbb{C})$ への表現に持ち上がる。

character variety とは基本群の $SL(2, \mathbb{C})$ 表現全体を、共役を同値関係として商をとった空間と”だいたい”等しい。

このことから character variety はホロノミー表現の変形空間と考えることが出来る。

この character variety から 3 次元双曲多様体のことがたくさん分かればいいなと思っています。

以下に character variety の定義を書きます。

一般に Γ を finitely generated group とする。(普通は Γ は基本群だと思っている)

定義

$$R(\Gamma) := \{\rho : \Gamma \rightarrow SL(2, \mathbb{C}) : \text{homomorphism}\}$$

定義

$$\rho \sim \sigma \quad (\rho, \sigma \in R(\Gamma))$$

$$\iff \text{tr}(\rho(\gamma)) = \text{tr}(\sigma(\gamma)) \quad (\forall \gamma \in \Gamma)$$

$$X(\Gamma) := R(\Gamma) / \sim : \text{character variety}$$

補題

$X(\Gamma)$ algebraic set とみなすことができる。

参考文献

Peter B. Shalen,

Representation of 3-manifold groups, Handbook of geometric topology

M. Culler and Peter B. Shalen,

Varieties of group representations and splitting of 3-manifold,

Ann. of Math. 117(1983), 109-146