

# 写像類群とその生成元について

門田 直之

大阪大学大学院理学研究科 M2

## 定義

$\Sigma_g$  : 種数  $g$  の向きつけ可能な閉曲面

$\text{Diff}_+ \Sigma_g := \{ \Sigma_g \text{ の向き保つ微分同相写像全体} \}$

$\sim$  : isotopy

とする. このとき

$$\mathcal{M}_g := \text{Diff}_+ \Sigma_g / \sim$$

を閉曲面  $\Sigma_g$  の写像類群とよぶ.

写像類群は, Dehn twist と呼ばれる微分同相写像によって生成されることが Dehn により示された. また, Humphries により  $2g + 1$  個の Dehn twist によって生成されることが示され, さらにそれが最少数であることも示している.

しかし, 写像類群は Dehn twist にこだわらなければ生成元の個数を減らすことができる.

Wajnryb, Bronislaw は, 写像類群が 2 元 (うち一つは位数有限の元) で生成できることを示した. その他にも, 位数有限の元での生成についても研究がなされている.

## 現在興味を持っていること

$\Sigma_{g,p}$  : 決められた  $p$  個の点を持つ種数  $g$  の向きつけ可能な閉曲面

$\text{Diff}_+ \Sigma_{g,p} := \{ \text{決められた } p \text{ 個の点の集合を保つような, } \Sigma_{g,p} \text{ の向き保つ微分同相写像全体} \}$

とすると, 同様にして

$$\mathcal{M}_{g,p} := \text{Diff}_+ \Sigma_{g,p} / \sim$$

を定義できます. この写像類群を位数 2 の元で生成するということについての研究が Kassabov によりされており, このことに興味を持っています.

## 参考文献

- (1) M.Dehn. *Papers on group theory and topology*. Springer Verlag, New York, 1987.
- (2) M.Kassabov. *Generating Mapping Class Groups by Involutions*. arXiv:math.GT/0311455 v1
- (3) S.P.Humphries. *Generators for the mapping class group*. In *Topology of low dimensional manifolds* (Proc. Second Sussex Conf., Chelwood Gate, 1977), volume 722 of *Lecture Notes in Math.*, page 44 - 47. Springer, Berlin, 1979.
- (4) Wajnryb, Bronislaw. *Mapping class group of a surface is generated by two elements*. *Topology* 35 (1996), no. 2, 377–383.