

位相的カオスの理論に基づく流体の効率的なかき混ぜ装置の開発

奈良女子大学大学院人間文化研究科

D2 梅田早希

この研究では、粘性の高い（：レイノルズ数が低い）流体のかき混ぜの位相的特性を取り扱う。このような流体のかき混ぜは、数値流体力学における重要な研究対象の一つであり、化学工業や生物産業への応用が期待されている。このようなかき混ぜの特性を単純化したものとして EAM (eccentric annular mixer) と呼ばれる装置がある。これは外側と内側のシリンダーの間に液体を満たし、内側のシリンダーを左右交互に回転させることで液体のかき混ぜを実現するものである。Finn-Cox はより効率的なかき混ぜのシステムとして、TRM (translated, rotating mixer) を提案した [FC]。これは、内側のシリンダーが回転するだけでなく、外側のシリンダーの内部を動き回ることによって液体をかき混ぜるというものである。

これらの装置は、容器に入った液体をそこに突き立てられたシリンダーを周期的に動かすことによりかき混ぜている。この装置の1周期の動きは数学的には、液体の表面を曲面とみなし、液体に突き立てられたシリンダーのふちを曲面の境界とみなすことにより、曲面上の自己同相写像に対応させることができる。一方、位相幾何学の観点から Nielsen-Thurston はコンパクト向き付け可能な曲面上の向きを保つ自己同相写像は periodic 型 (周期的), pseudo-Anosov 型 (カオス的), reducible 型 (periodic 型のものとは pseudo-Anosov 型のを組み合わせ得られる) のいずれかになることを示した [T]。この3つの中で pseudo-Anosov 型が最も複雑な力学系の性質を持っていることが知られている。Boyland-Stremmer-Aref はこの Nielsen-Thurston theory を利用して、TRM を BSD (batch stirring device) と呼ばれるシステムに改良した [BAS]。これは、内側にある何本かのシリンダーが外側のシリンダーの内部で pseudo-Anosov 型に対応する動きをして液体をかき混ぜる。これに関して、Finn-Cox, Kin-Sakajo はコンピュータシミュレーションにより、棒（：半径0のシリンダー）が pseudo-Anosov 型に対応する動きをするシステムは液体をより効率的にかき混ぜることを観察した [FC][KS]。

論文 [KU] では、実際にギヤ2, 3個からなる pseudo-Anosov 型の動きをする装置を製作したが (Thiffeault-Finn もよく似た装置を提案していることが後でわかった [TF]), これは実際のかき混ぜに関して言うと、液体内に全くかき混ぜられていない部分が多く生じていて不十分である (かき混ぜにむらがある)。この問題に関して内トロコイド曲線を利用した今までとは全く異なったメカニズムを提案し、その中に pseudo-Anosov 型のかき混ぜを実現するものがあることを示した。これは、棒の数を増やすことが容易で、棒が液体の中を動き回る領域も広いから、かき混ぜのムラに対する問題に対する一つの解答になっている。

参考文献

- [B] Birman, J. Braids, Links and Mapping Class Groups, Ann. of Math. Studies 82, Princeton, N.J., (1975).
- [BAS] Boyland, P.L., Aref, H. and Stremmer, M.A. Topological fluid mechanics of stirring. Journal of Fluid Mechanics 403, 277-304 (2000).
- [FC] Finn, M.D. and Cox, S.M. Stokes flow in a mixer with changing geometry. J.Engng Maths 41, 75-99 (2001)
- [KS] Kin, E. and Sakajo, T. " Efficient topological chaos embedded in the blinking vortex system " Chaos 15, 023111 023111-1-023111-9
- [KU] Kobayashi, T and Umeda, S. Realizing pseudo-Anosov Egg Beaters with Simple Mechanisms. Proc. of the Int. Workshop on Knot theory for Sci. Objects held in Osaka (Japan), March 8-10, 2006), Osaka Municipal Universities Press, OCAMI Studies 1(2007), 97-109.

- [T] Thurston, W. " On the geometry and dynamics of diffeomorphisms of surfaces. "Bull. Amer. Math. Soc.(N. S.) 19(1988), 417-431.
- [TF] Thiffeault, J.-L and Finn, M.D. Topology, Braids, and Mixing in Fluids. Math. Phys. And Eng. Sci. 364(2006), 3251-3266.