# 今後の研究計画

安井幸則

カー・ブラックホール時空には, 共形キリング-矢野テンソル (CKY) と呼ばれる特別なテンソル場で記述される隠れた対称性が存在する. このような対称性は, ブラックホール時空の摂動方程式に現れる変数分離性や時空の（不）安定性解析の研究においても重要な役割を果たすと考えられている. 歴史的には, ウォーカー・ペンローズ (1970 年）によって, 4 次元カー・ブラックホール時空の対称性として発見された. また, CKY を純粋に数学的視点から導入したのは柏田（1968 年）立花（1969 年) たちによる幾何学者の研究にまで遡る. 20 世紀後半になって, 超弦理論や超重力理論等々の重力を含む統一理論の関心は高次元ブラックホール時空を研究する大きな動機付けを与えた. 私たちは CKY が高次元時空にも拡張できることを明らかにしてきた [45]-[69]. 主要な結果は, CKY を許す唯一の時空が Kerr-NUT-(Anti) de Sitter ブラックホール時空であることを証明したことである [51][52].

このような研究を幾何学に応用すると, CKY を許すブラックホール時空の解析接続を使って，コンパクトな多様体上にアインシュタイン計量を誘導することが出来る. 橋本-阪口との共同研究で得られたアインシュタイン計量 [35] も CKY を通して見ると非常に自然なものである. ローレンツ幾何学とリーマン幾何学の間に何か深い関連が存在しているようだ. ページ計量やトーリック佐々木・アインシュタイン計量，そしてトーラス作用を持つ球面束上のアインシュタイン計量も高次元ブラックホール時空から構成することが出来る. これらの結果の概要は，レビュー論文 [59] および [72][73] においてすでに発表している. 幾何学的あるいは物理的な理解を深めることでさらなる展開が期待できると考える.

近年のブラックホール研究は, 重力波の発見 (2015), 銀河の中心にある巨大ブラックホールの撮影 (2019) などすさまじい進展があり，ブラックホールがアインシュタイン方程式の厳密解であるという数学的なものから実在するものへと見方も大きく変化してきている．このような時期に，ブラックホールについての古典的な理論研究をもう一度，現代的な手法を取り入れて見直すことにも価値があると考える．ここ 1, 2 年は, 最も基本的でかつ重要なカー・ブラックホール時空上で，ワルドの 4 つ組 (1978) と呼ばれる演算子の恒等式を CKY の視点から再構成することを試みており，この研究を継続する予定である．ワルドの 4 つ組は，カー時空上の場の方程式に対し統一的な見方を提供するため，重力波の解析など宇宙物理学の種々の計算においても重要な役割を果たしている.

流体力学において異なる粘性を持つ流体の境界面がどのような運動をするのかという問題がある．たとえば，粘性の低い流体が粘性の高い流体中に注入されると，その境界面の運動は「動く境界条件」を持つラプラス方程式によって記述される．このとき，境界面には非常に複雑な幾何学的パターン（フラクタル構造）が現れる．こうした運動する境界に現れる不安定なパターンの形成は，多くの科学と技術の分野において共通なものである．ここでは，この問題を相対論的に拡張し研究したいと考えている.