これまでの研究成果　（足立 俊明）

リーマン多様体上の閉２形式を磁場という。この磁場の下での荷電粒子の軌道を考えたとき、磁力が働かなければ軌道が測地線になることから、軌道は測地線の概念を拡張した物と捉えることができる。磁場が、多様体の幾何構造から誘導される場合には、軌道は多様体と幾何構造との両者の性質を反映すると思われることから、軌道の性質から幾何構造を持つ多様体の性質を調べることを行ってきた。

ケーラー磁場　磁場の代表的な例として，ケーラー多様体のケーラー形式の定数倍であるケーラー磁場を挙げることができる。複素空間形の場合は軌道を具体的に表示することができ、単位接束上の軌道流は、複素射影空間では測地流と共役であり、複素双曲空間では測地流を含む双曲流・ホロサイクル流・回転流の３種の共役類に分類される([13,19])。一般のケーラー多様体に対しては比較の手法を適用することで考察した。まず軌道の変分から得られる磁性ヤコビ場に対して、測地線に対する比較定理の拡張を行い([24,87,98,128])、次に軌道と測地線族から構成される軌道ハープや、測地線と軌道族から構成される軌道ホルンを測地三角形に対応する物として捉え，その比較定理を与えた([91,110,115,116])。この考察は単連結非正曲率(アダマール)の場合に特に効力を発し、断面曲率に比べ磁力が小さい場合に、磁性指数写像の全単射性や軌道の無限遠点の存在および対応する極限測地線の存在を示すことができる([91,110,113,119])。

複素空間形内の実超曲面上の佐々木磁場　複素空間形内の実超曲面上には複素空間形の複素構造から概接触計量構造が導かれる。複素構造との関連性からこの概接触構造から構成される２形式は閉形式となり，その定数倍として佐々木磁場をケーラー磁場と同様に定義できる([81])。佐々木磁場は軌道の速度ベクトルにより作用する磁力が異なる非一様磁場であるため取り扱いは容易ではないが、エータ全臍的実超曲面の場合は、特性ベクトル場と直交する方向に制限したルジャンドル磁性流を考えると、磁性回転成分を除き高々３種類の共役類に分類できるという複素空間形の磁性流に対応した結果が得られた([129,130])。また佐々木磁場の軌道を複素空間形の曲線とみた場合にどのように見えるかという外的形状を考え、ケーラー磁場の軌道との関連を考察し、エータ全臍的実超曲面を含むA型実超曲面の特徴付けも行った（[92,106,111,126,127]）。これらの実超曲面では測地線であっても閉となる場合とそうではない場合とが生じる。初等的な整数論の議論を援用することで、閉測地線や円になる閉軌道の長さの分布を考察した([37,39,85,121])。

ケーラーグラフ　リーマン多様体の離散モデルとして頂点と辺とからなるグラフが挙げられ、その上の道を測地線に対応させる考察が多くの研究者によって成されている。そこで磁場を持つ多様体の離散モデルとして、辺が主辺と補助辺という 2 種類に分かれる場合を考え、主辺による道が測地線であり、補助辺を使って磁場による影響を表現するケーラーグラフを導入した([77])。ケーラー磁場に対する平均化作用素の性質([56])を踏まえ、等質空間に相当するケーラーグラフは、頂点推移的でありかつ主辺と補助辺とに対応した 2 種類の隣接作用素が可換になる正規グラフであると考え、その構成法を与えた([100,120])。またケーラーグラフとしての確率的隣接作用素によるラプラシアンを考えて、同じ固有値を持ちながら合同ではないケーラーグラフを与え([101])、磁場による軌道に対応する主辺と補助辺による 2 色閉彩道が作るゼータ関数と力学系のゼータ関数との対応を調べた([4,114])。ケーラーグラフは無向グラフであるが主辺と補助辺との組合せにより道には向きが入るので力学系との対応がある。正規ケーラーグラフの場合に、道に同値関係を導入することで無向グラフとしての伊原型ゼータ関数や L 関数を定義して、確率的隣接作用素を用いて表現し関数等式を得ることができた([123])。