今後の研究計画

成　慶明

曲率フローはリーマン多様体の幾何構造を解明するために、極めて有効な手法であることが立証され、 曲率フローの様々な幾何構造に関連する研究が行われ、大きな成果が挙がっている。汎関数の臨界点は曲率フローの特異点に関する研究において、 非常に重要な役割を果たしている。私の今後の研究計画では汎関数の臨界点の幾何構造を研究し、 次の有機的に関連する２つの研究を研究目標として進めていく。

1.Gauss 面積汎関数の臨界点である完備セルフ-シュリンカーの分類に関する研究及び Gauss 体積保存変分に関する面積汎関数の臨界点である完備 λ-超曲面に関する研究を行う。

特に、(1) Brendle の 2 次元セルフ-シュリンカーの Alexandrov 型定理を 3 次元以上の場合に拡張する。(2) Brendle の証明した Wiggly 予想と Ilmanen の平面領域に関する予想を２つの方向に一般化する。 まず、 n 次元 proper 完備セルフ-シュリンカーに関する Wiggly 予想と Ilmanen 予想を提案し、 それを研究する。 次に proper 完備 λ-超曲面に関する Wiggly 型予想と Ilmanen 型予想をどのように提案するかを立案し、反例が存在するかどうかも研究する。

2. 面積汎関数及び体積保存変分に関する面積汎関数の臨界点として現れた完備極小超曲面と平均曲率一定の完備超曲面を研究する。

Bernstein 定理の一般化として do Carmo-Peng、 Fischer-Colbrie-Schoen と Pogorelov は R^3 内の向き付き可能で安定な完備極小曲面は平面に限ることを示した。それで、 $n>6$ に対して, R^{n+1} 内の平面ではない向き付き可能でグラフでない安定な完備極小超曲面が存在するので、下記の 著名な予想が知られている。

予想. $n<7$ に対して、 R^{n+1} 内の向き付き可能で安定な完備極小超曲面は超平面に限る。我々はこの予想を研究する。さらに、δ-安定な完備極小超曲面及び平均曲率一定の安定な完備超曲面も研究する。