

これまでの微分幾何学に関する研究成果

成 慶明

リーマン多様体における微分作用素の固有値問題に関する研究について

1. ラプラス作用素の固有値問題について、Yang Hongcang 先生との共同研究により固有値の普遍不等式を研究し、最良の研究成果を得た。これより、Li-Yau の Euclid 空間内の有界領域のラプラス作用素の固有値の下限に関する著名な評価を一般的な完備リーマン多様体にまで拡張した。I. Chavel の著名の本：Eigenvalues in Riemannian geometry, 1984 で提案された問題を肯定的に解決した。Yang Hongcang 先生と共同で新しいアイデアで独創的な漸化式を証明する事ができ、それを用いてラプラス作用素の固有値の最良上限を与えることに成功した。これを用いて第1固有値によって全ての固有値を上から評価できるという成果を得た。S. M. Ashbaugh 教授は 2016 年の国際研究集会及び 2017 の論文で我々の研究成果は固有値の研究領域で the great strides (大躍進) を与える a tour de force (傑作) である称えてくれています。
2. 張り詰められた状態でのプレートの振動の臨界状態を表わす the buckling problem に対し、国際的に著名な数学者 Payne, Polya と Weinberger は 1955 年に the buckling problem の固有値に関する普遍不等式を得られるだろうかという問題を提案した。数多くの数学者がこの難問に取り組んだが、50年間も経ったにもかかわらず、研究は停滞した。Yang Hongcang 先生と共同で新しい研究方法を開発し、独創的アイデアで最適な試験関数を構成し、この難問を解決した。
3. 張り詰められた状態でのプレートの振動を表わす 2 重調和作用素のディリクレ固有値問題の固有値に関する普遍不等式の研究について、Yang Hongcang 先生との共同研究により Ashbaugh 教授の提案した問題も解決した。

超曲面の幾何学に関する研究について

1. 単位球面内のスカラー曲率が一定でコンパクト極小超曲面に関する S. S. Chern の予想の肯定的な解決に向けて、大きな進展を得た。
2. 平均曲率フローのセルフ-シュリンカーに関する研究について、完備セルフ-シュリンカーの第2基本形式の長さの第2ギャップが存在することを示した。L-作用素の広義最大値原理を用いて、3次元 Euclid 空間内の第2基本形式の長さが一定で平均曲率フローの完備セルフ-シュリンカーを完全に分類した。
3. 重み付き体積保存平均曲率フローの λ -超曲面の概念を導入し、標準球面ではない埋め込み λ -球面の構成を成功した。さらに、完備な λ -超曲面の体積増大度を研究した

My main results on study of the differential geometry

Cheng Qing-Ming

For eigenvalue problems of differential operators on Riemannian manifolds

1. For the eigenvalue problem of Laplacian, in my joint works with professor Yang, we studied universal inequalities on eigenvalues and obtained optimal universal inequalities. By making use of our universal inequalities, we extended the famous inequalities of eigenvalues of Laplacian in bounded domain in Euclidean spaces by Li-Yau to the general Riemannian manifolds. We resolved a problem on eigenvalues that was proposed by I. Chavel in his famous book: Eigenvalues in Riemannian geometry. In my joint work with professor Yang, we obtained a recursion formula by a new strategy and by making use of the recursion formula, we proved that all eigenvalues can be bounded from above by the first eigenvalue. In 2016, professor M. S. Ashbaugh said in his talk and written in his paper that Cheng and Yang made the great strides in the fields, in what amounted to a tour de force.

2. For eigenvalues of the buckling problem, famous mathematicians in the world, Payne, Polya and Weinberger, in 1955, proposed whether it is possible to obtain universal inequalities for eigenvalues? This problem was a very hard problem. Up until 2006, there were no any developments. In my joint work with professor Yang, we resolved this famous and hard problem.

3. For eigenvalues of the clamped plate problem, I and Yang resolved a problem on universal inequalities proposed by professor M. S. Ashbaugh

For study on geometry of hypersurfaces

1. For S. S. Chern conjecture on compact minimal hypersurfaces in the unit sphere with constant scalar curvature, we obtained the important results.

2. For complete self-shrinkers of mean curvature flow, we proved the existence of the second gap of the squared norm of the second fundamental form and we completely classified complete self-shrinkers in R^3 if the squared norm of the second fundamental form is constant.

3. We introduced the concept of λ -hypersurface and constructed embedded λ -spheres which are not the round sphere.