深谷 法良

今後の研究計画

これまでの研究に引き続き，非線形分散型方程式における孤立波について多角的に研究を進め，孤立波に内在する数学的性質の解明を目指す．具体的には，孤立波に関する以下の 3 つのテーマについて研究を計画している．

1. 全周波数・進行速度に対する安定性／不安定性　スケール不変性やガリレイ不変性が破綻する方程式の場合，これまでの研究では，主に周波数や進行速度が十分小さい場合や十分大きい場合など，より簡潔な方程式に帰着できる状況で安定性が解析されてきた．しかし，中間的な状況や代数的孤立波の場合には，これらの摂動法を適用することは難しい．今後は，安定性の抽象理論を適用可能にする新たな手法の開発や，抽象理論自体のさらなる拡張を目指す．

2. 非線形楕円型方程式の解としての性質　孤立波の形状が満たす非線形楕円型方程式の解の存在・一意性・非退化性などの性質を解明することは，安定性解析において不可欠である．また最近の研究により，孤立波族の周波数あるいは進行速度のパラメータに関する導関数の形状に関する詳細な情報（減衰／増大度，原点での挙動）が安定性解析において重要であることが明らかになった．今後は，既存の結果を拡張し，より広い範囲でその存在・一意性・非退化性を確立することを目指す．さらに，孤立波族のパラメータに関する導関数について，楕円型方程式論・常微分方程式論・作用素論を駆使して精密な解析を行う．この解析により得られる性質を安定性解析に応用し，研究の進展を目指す．

3. 漸近安定性・強不安定性　周波数や進行速度といったパラメータにより安定性の強さが変化し，漸近安定性（孤立波近傍の解が孤立波に漸近する現象）を示すものや，強不安定性（孤立波近傍の解が爆発する現象）を示すものが現れる．しかし，漸近安定性や強不安定性は抽象理論による判定が困難であり，方程式ごとの個別解析を必要とするため，多くの方程式において未解明の部分が多い．今後は，ポテンシャルや点相互作用を持つ非線形シュレディンガー方程式を含む様々な方程式に対して漸近安定性および強不安定性の問題を考察し，孤立波にまつわる線形評価や変分構造を整備し応用することで，それらが発生するための普遍的な条件を解明することを目指す．