深谷 法良

これまでの研究成果のまとめ

私の研究対象は非線形シュレディンガー方程式における孤立波（ソリトン）である．孤立波は一定の周波数と進行速度で形を保ちながら伝播する特殊解であり，物理学的にも数学的にも興味深い対象として広く研究されている．私は特に「孤立波の安定性や不安定性が方程式や周波数・進行速度によってどのように変化するか」という問題に関心を持ち，研究を進めてきた．以下では，これまでに得られた主要な成果について述べる（以下の [·] は業績リストの番号に対応する）．

孤立波の強不安定性　ポテンシャルを持つ場合や二重べき型の場合は，スケール不変性が破綻するため，強不安定性の解析は一般には困難となる．先行研究では，正のエネルギーを持つ孤立波に対して強不安定性が示されていたが，この仮定は単独べき型の場合と類似した状況とみなせる強い制約であった．これに対し，論文 [3], [4] では，スケーリングの観点から自然でより一般的な仮定の下で孤立波の強不安定性を証明した．

代数的孤立波　特定の型の非線形シュレディンガー方程式は，指数減衰する孤立波だけでなく，臨界的な状況において多項式減衰する代数的孤立波も持つ．論文 [6] では，エネルギーとスケーリングを用いた解析を通じて，代数的孤立波が不安定および強不安定となるための十分条件を導出した．論文 [11] では 1 次元に限り，抽象理論の手法を代数的孤立波に拡張することで，[6] よりも一般的な条件の下で証明することに成功した．また，論文 [10] では，非線形シュレディンガー方程式系においてガリレイ不変性が破綻する場合に代数的孤立波が存在することを示した．

特異ポテンシャルを持つ非線形シュレディンガー方程式の孤立波　強い特異性を持つポテンシャルを備えた非線形シュレディンガー方程式については，孤立波の基本的な性質に未解明の部分が残されている．論文 [5] では，逆べきポテンシャルを持つ場合に正値球対称な孤立波の一意性と非退化性を示した．また，論文 [8] では，点相互作用を持つ 2 次元非線形シュレディンガー方程式について，初期値問題の時間局所適切性，孤立波の存在・正値球対称性を示した．さらに，小さな周波数または大きな周波数を持つ孤立波の安定性および不安定性に関する結果を得た．