

(2b) 今後の研究計画

「南部力学によるハミルトンの流体・電磁流体力学の深化と圧縮性剪断層の安定性」

南部括弧は、非正準ハミルトン形式の核をなす‘魔法の杖’である。2020年度~2022年度、OCAMIにおいて南部力学を主題とする分野横断型の研究集会「南部力学がつなぐ時空トポロジーとマイクロ・マクロ渦磁場構造形成」を代表者として開催し、時空トポロジー構造を切り拓く南部力学の可能性を広げることができた。深化させた南部力学¹¹⁵⁾を梃子に、圧縮性剪断層の安定性に横たわる謎に挑む。

1. 南部括弧による流体力学・電磁流体力学 (MHD) に対する非正準ハミルトン系の深化

流体・MHDの非正準ハミルトン形式は複雑な形をとる。MHDのカシミール不変量がクロスヘリシティを含む4個で尽きることをヒントに南部括弧表現を導くとその自然さが一目瞭然となる。しかも、非圧縮オイラー流の定常解の特徴づけや波のエネルギー公式を与えるArnoldの定理が圧縮性MHDに拡張できる。

- i) まず、拡張されたMHD (ホール効果, 電子慣性効果) に対して南部括弧表現を導出し、定常解の特徴づけを行う。
- ii) Arnoldの定理の延長線上で、定常解まわりの波のエネルギーや波の相互作用が生み出す平均流 (ゾーナル流) が計算できる。南部括弧を援用して等磁気循環攪乱を導き、それによって波のエネルギーや平均流をあらわす一般公式を導く。
- iii) 南部力学によるトップダウン的なアプローチと相補的なのが、MHDのラグランジュ変位に対する時間2階のFriedman-Rosenbluth (FR) 方程式を用いるボトムアップ的な方法である。FR方程式を構造化し、波のエネルギーや平均流の別の表現を導く。

2. 圧縮性流体中の渦層・剪断層の不安定性

コンコルド以来半世紀を隔てて超音速旅客機開発が再開し、超音速領域における渦ダイナミクスがクローズアップされている。剪断層の厚さ0の極限である渦層は、非圧縮近似では、必ずKelvin-Helmholtz (KH) 不安定性を起こして2次元波状変形が増幅し、増幅率は速度差 ΔU に比例する。圧縮性は、 ΔU がさらに大きくなってマッハ数 $M = \Delta U/c$ (c : 音速) が $\sqrt{8}$ を越えると安定化する。この驚くべき結果は2次元に限った話で、3次元不安定性の解消にはさらなる ΔU が必要である。また、剪断層内部に別の不安定性が巣食う。圧縮性流体の波のエネルギー公式を武器に、圧縮性剪断層のもつれた糸を解きほぐす。

- i) 「有限幅の剪断層の線形安定性解析」を実施、層内に局在した不安定性をハミルトニアンスペクトル理論によって特徴づける。剪断層に立つ波のエネルギーの計算が鍵を握る。
- ii) 圧縮性KH不安定性に対する重力および表面張力の効果を調べる。予備的な計算では、軽い流体が重い流体の上にあっても、重力は安定化された超音速速度不連続面を不安定にする。表面張力も不安定化する。復元力であるはずの重力と表面張力が不安定化に働くのはパズルで、この謎を波が速度不連続面に対してなす仕事という観点から解き明かす。