

今後の研究計画（濱中翔太）

① 研究目的 現在の応募者の研究の大きな目的は次の二つである。

- (1) スカラー曲率（又は、全スカラー曲率）が有界である 4次元閉多様体上のリッチフローの有限時間特異点の解析、及び (Bamler の部分収束理論 [2] における) 長時間解モデルの解析。
- (2) 全スカラー曲率の下又は上からの有界性の、計量の弱い正則性のみを用いた幾何学的な特徴付け。

② 研究計画・内容 (1) 具体的な目標は次の通りである。4次元閉多様体上の RF $(g_t)_{t \in [0, T]}$ でそのスカラー曲率が定義されている区間上で有界であるものを考える。そのようなものについて次の何れの状況が起こるのかを明確にする。

- (1-a) 有限時間 T で特異点 (i.e. リーマン曲率の大きさが発散する点) が全く発生しない。
- (1-b) 有限時間 T で、[1, 4] で示唆されているような特異点を実際に持つ例が存在する。(このような例が存在する場合、[5] の意味での特異点タイプの分類可能性を調べる。)

(2) 具体的な研究目標は以下の通りである。

- (2-c) 閉多様体上の全スカラー曲率の下からのバウンドに対する空間のある凸性を用いた特徴付け。(Green の定理 [6] の一般化等)
- (2-d) 閉多様体 M^n 上の $W^{1,p}$ ($p > n$) 級計量で、(自身の論文である) [10] の意味で全スカラー曲率が下から抑えられているものの性質、及びその他の弱い意味 (e.g., 超関数の意味) での下からのバウンドとの関係の調査。
- (2-e) 閉多様体上の C^0 級計量に対する全スカラー曲率の上からのバウンドの山辺フローを用いた弱い意味での定義を与えること、及びその性質の調査。(これは自身の論文、[11] の結果に起因する。)

③ より長期的な計画 より長期的な目標としては、Gromov の挙げたスカラー曲率にまつわる種々の問題 (cf. [7]) に対して幾何解析的に取り組んでいきたいと考えている。また、4次元多様体のトポロジーに対してはこれまでゲージ理論的なアプローチが多く成功を収めてきた。一方で、[3] ではリッチフローを用いた幾何解析的手法の有効性が示唆されている。従って、この方向で4次元トポロジーへアプローチをしていきたいとも考えている。

Research Proposal (Shota Hamanaka)

① Research goals My current research goals are the following two things.

- (1) The analysis of finite-time singularities of a closed (i.e., compact without boundary) four dimensional manifold whose scalar curvature (or total scalar curvature) is bounded, and the analysis of long-time solution with such property in terms of Bamler's partial regularity theory of Ricci flows [2].
- (2) A characterization of boundedness of the total scalar curvature without using the higher order regularities of the metric.