

今後の研究計画

石本宙

重さ半整数の newform とメタプレクティック群 $Mp(4)$ の local new vector

伊吹山同型の発展として newform について調べる。保型形式にはレベルという情報がある。そして、より小さいレベルの保型形式を newform と呼ぶ。次数 1 の場合は上田・山名による、志村五郎氏の結果における newform の研究がある。そこでこれに倣い、次数 2 の重さ半整数の保型形式についても伊吹山同型における newform の研究をしようと考えている。そして local new vector とは、保型表現の局所成分である局所体上の群の表現における、newform に対応するベクトルをいう。この課題では次数 2 の重さ半整数の newform や $Mp(4)$ の表現の local new vector の存在と個数について調べる。

まず newform については、重さ整数のケースがよく知られているため、伊吹山同型のように重さ半整数の newform と重さ整数のそれらとの間の同型を構成することで結果を出す。これには上田・山名による次数 1 での先行研究がある。これを参考に予想を立て、私自身による伊吹山同型の証明[Is2]の手法を応用して証明をする。一方 local new vector については Roberts-Schmidt による次数 1 の場合の先行研究を次数 2 に拡張する。Roberts-Schmidt の研究では Waldspurger の結果を用いて $Mp(2)$ の local new vector の存在と個数を調べているので、Waldspurger の一般化である Gan-Savin や Gan-市野の研究を用いて進める予定である。最後に、newform と local new vector の研究結果を比較・考察する。

保型表現の分野には「GGP 予想」という保型表現や局所体上の表現とその L 関数に関する重要な予想がある。その L 関数の計算には newform が有用で、どれくらいレベルの小さな newform や local new vector が存在するか、という情報には大きな価値がある。

伊吹山同型とテータ対応

伊吹山同型に似た形の保型形式のリフティングが van Hoften 氏によって証明されている。ただし後者のリフティングはレベル付きの保型形式に関するものである。よって、上述したレベル付きの伊吹山同型が完成した後には、van Hoften 氏のリフティングとの関係を明らかにしたい。現時点では、『テータ対応』によるカノニカルな整合性があることと、それを表現論的に証明できることを期待している。