

(i) 研究目的・意義

本研究の目的は複素代数的 $K3$ 曲面 (以下では単に $K3$ 曲面) の代数幾何学的特徴を理解することである。 $K3$ 曲面の代数幾何学的研究は古典的には特異点理論, 自己同型群, 代数曲線論, 近年では数理物理の分野など多岐に渡り深く関連している。 $K3$ 曲面とそれに作用するシンプレクティック自己同型の組に対して, ある格子を調べる必要がある。 それと同時に, この対象のトポロジ的性質を理解することが問題の解決のための鍵となると考えている。 また, 数ある $K3$ 曲面の古典的な例に焦点を当てるのが, $K3$ 曲面と代数曲線との関係を調べる上で重要であると考えている。 本研究の課題は以下の通りである:

課題

1. シンプレクティックに作用する自己同型群を持つ $K3$ 曲面について。
2. $K3$ 曲面から S^1 への写像のモジュライについて。
3. 重み付き $K3$ 曲面の二重被覆構造について。
4. $K3$ 曲面と点付き曲線の Weierstrass 半群について。

(ii) 研究内容

課題 1 $K3$ 曲面 X が有限シンプレクティック自己同型群 G を持つとき, 商空間 X/G の極小特異点解消 $Y \rightarrow X/G$ の例外因子の中の既約成分のクラスで生成される格子を L とする。 ただし, 商空間 X/G は $K3$ 曲面に双有理同値である。 このとき L は $H^2(Y, \mathbb{Z})$ の原始的部分格子であるとは限らない。 本研究の目的は, 格子 L の原始的閉格子 \tilde{L} が唯一存在するかどうかを完全に決定することである。

課題 2 Loop 群の高次元一般化の一つとして $K3$ 曲面から S^1 への写像のモジュライ空間を理解することが目的である。 $K3$ 曲面の位相幾何的な特徴を調べるのが解決の糸口になると予想している。

課題 3 ここでは, 古典的な例の一つである重み付き $K3$ 曲面が複素射影平面の二重被覆構造を持つかどうかを研究する。 この構造を持つかどうかを ambient space の重みにより特徴付け, 更に, どんな因子が polarization を与えるか, を明らかにしたい。

課題 4 (神奈川工科大学の米田二良 教授との共同研究) 本課題では, どんな特徴を持つ Weierstrass 半群を実現する点付き曲線が $K3$ 曲面上に存在するかどうか, という問題と, 有理曲面の 3 重被覆として得られる $K3$ 曲面上の代数曲線により実現される Weierstrass 半群の特徴について考察したい。

(iii) 研究の展望

本研究の結論として, $K3$ 曲面の代数幾何的性質, 及び位相幾何的性質を理解することが可能であると想定している。 更に, 射影的でない $K3$ 曲面について, その自己同型群や周期の研究につなげていきたい。