

研究計画（栞田幹也） 2025年1月

トーリックトポロジーを、トーラス群作用にまつわるトポロジー・幾何およびそれに関連する組合せ論の数学と捉えて、トーリックトポロジーの拡張、深化を図りたい。現在以下のテーマに取り組んでいるが、それを進展させる。

[I] 旗多様体の部分多様体であるヘッセンバーグ多様体にまつわる数学の研究。この10年間、阿部拓、原田芽ぐみ、堀口達也氏らとヘッセンバーグ多様体のコホモロジー環の研究を行った。その後、この研究は超平面配置との関連があることが分かり、グラフ理論における Stanley-Stembridge 予想と関連があることが分かっており、この観点から佐藤敬志氏らと共同研究を行っている。これまで

- (1) コホモロジー環が次数2で生成されている正則半単純ヘッセンバーグ多様体の特徴づけ
- (2) 正則ヘッセンバーグ多様体の twin と unicellular LLT 多項式との関係
- (3) 正則ヘッセンバーグ多様体の自己同型群

に関する結果を得た。1年余前に半単純ヘッセンバーグ多様体における modular law が GKM グラフの言葉で初等的に証明できることが分かった（佐藤氏と堀口氏との共同研究）。これと Abreu-Nigro の結果（証明は初等的）を合わせると、Brosnan-Chow によって証明された Shareshian-Wachs 予想の別証明が得られる。Brosnan-Chow の証明は、高度な代数幾何を用いたものである。これらに研究をさらに深め、最終的にヘッセンバーグ多様体の観点から Stanley-Stembridge 予想の解決に繋げたい。

[II] 旗多様体のトーラス軌道の閉方のトポロジーを、Eunjeong Lee, Seonjeong Park 氏らと5年近く調べているが、この研究を続ける。これまでの結果を部分旗多様体に拡張することを考えている。