

## 正規概接触計量多様体を用いた動的 Einstein 系の構成

**背景・目的：**申請者は以前に石原氏との共同研究において、3次元佐々木多様体を用いて、荷電 dust 流体と接触磁場を物質とする4次元の Einstein 系の厳密解を構成した。これは接触幾何学と Einstein 系の相性が良いことを示していた。一般的に任意関数の自由度を持つ厳密解の構成は難しい傾向にあるが、佐々木多様体の幾何学的性質がうまく機能してこれが可能になった。一方で物質場のやや複雑な設定は、物理的には比較的リーズナブルであるものの数学的には改善したい点として残された。申請者は佐々木多様体を用いて、NG-string を物質とする Einstein 系の厳密解を構成できる可能性に気づき、単純な例で確かめることが出来た。この例は単純ではあるがより一般的な場合への拡張の可能性を示唆していた。本研究の目的は、佐々木多様体を一般化した正規概接触計量多様体を用いて、4次元の動的な非一様時空でかつ NG-string を物質とする Einstein 系の厳密解を体系的に構成する方法を開発することである。

**意義：**これまでに接触幾何学と一般相対論のかかわりはあまり指摘されることはなかった。申請者の調査によれば、特定の時空において接触構造が現れることが指摘されるなどはあったが、Einstein 系の構成方法として明確に述べられたことはなかったようである\*<sup>1</sup>。申請者はこれまで接触幾何学を Einstein 系の構成に利用することに焦点を当て研究を行い、いくらかの肯定的な結果が得られた。上記の試みが成功すれば、接触幾何学が一般相対論において有用なツールとなることのさらなるデモとなる。これは数理相対論において意味のある結果となる。

**方法：**最初は具体例をいくつか計算して共通する性質を特定する。次に、正規概接触計量多様体の幾何学的性質についての論文を調べ十分よく理解し、正規概接触計量多様体を用いて構成された4次元時空のどの性質が接触幾何学的性質から誘導されているのかを理解する。そして最初に検討を付けた性質が接触多様体のどの性質に対応しているかを調べる。最後に NG-string を物質とする Einstein 系の正規概接触計量多様体を使った一般的な構成方法としてまとめる。また申請者は石原・古池・古崎・森澤らと共同研究を行っているので、それぞれの持つ技術を合わせ、また議論を通じて理解を深めていく。

## Robinson 時空の新しい Einstein 系の厳密解

**背景・目的：**これまで申請者は接触多様体の一般相対論への応用をテーマとして研究してきたが、その際に3次元接触多様体に時間を直積して時空を作り、その時空の性質を研究する方針を取り、dust 流体、スピノル場、電磁場を物質とする Einstein 系の厳密解を構成することができた。申請者は3次元接触多様体を使って4次元時空を構成する自然な方法が時間を直積することだと思っていたが、実はもう一つ自然な構成が可能で、それが null 直線を直積することである。この構成できる時空は Robinson 時空と呼ばれ、CR 幾何学の Lorentz 幾何や相対論への応用において利用されてきた。石原・古池・古崎・森澤らは単純な Robinson 時空を用いて、NG-string を物質とする Einstein 系を構成する研究を過去に行っている。本研究の目的は先の研究の例を可能な限り一般化し、Robinson 時空を用いて NG-string を物質とする Einstein 系を構成する方法を与えることである。

**意義：**Robinson 時空はかなり多くの有名な Einstein 系の厳密解を特別な場合として含んでいるので多くの先行研究があるが接触幾何学と Einstein 系との関連性の観点から研究されたことはほとんどなかったように思われる。また NG-string と Robinson 時空との関連も指摘されたことなかった。Robinson 時空の新しい Einstein 系との関連を開拓できれば、数理相対論において意味のある結果となる。

---

\*<sup>1</sup> Kholodenko, Arkady L. Applications of contact geometry and topology in physics. World Scientific, 2013.