これまでの研究成果のまとめと今後の研究計画
My past research achievements and future research plan

大和大学理工学部　南 範彦
Norihiko Minami (Faculty of Science and Engineering, Yamato University)

1　これまでの研究成果のまとめ

私は当初から，ホモトピー論における時代時代の最も重要な問題たちを動機として，研究を行ってきました．例えば，当時の大方の予想とは全く逆に，Kervaire 不変量１の元は有限個しか存在するのではないかということを示唆する結果を，世界で初めて得ました．そしてこれは更に，単に Kervaire 不変量１の元の有限性予想のみならず，私が『New Doomaday Conjecture (新・世界最後の日予想)」と名付けた，有名な Adams の Hopf 不変量１の元の有限性定理も含む，球面の安定ホモトピー群，より一般に連結な環スペクトラムの安定ホモトピー群に関する，極めて一般的な有限性予想へと，一般化いたしました．他にも Hopkins の chromatic splitting conjecture というものが有ります．これに関しても，である程度の成果を得ました．

いかしながら，何れの場合も伝統的なホモトピー論的手法では，全く手が出ない，という結論に辿り着きました．

以上のように，伝統的なホモトピー論的手法の限界に感じていた私は，あてもなく他分野にその手掛かりを求めるようになりました，その一つが，Riemann 予想へのアプローチとして生み出された Connes, Concani, 小山，黒川らの諸氏によって展開された,『一元体』$\mathbb{F}_1$ 上の $\mathbb{F}_1$-スキームの研究です．これに関して，小山さんと黒川先生の予想の解決を始め，幾つか論文を書きましたが，更なる進歩への本質的困難さを感じました．

その一方で，同変安定コホモトピー群に値を持つ Bauer-Furuta Seiberg-Witten 不変量を用いた，4 次元多様体の研究にも取り組みました．古田，亀谷，松江の諸氏とも幾つかの共著論文を書きましたが，私が辿り着いた最終結論は，伝統的なホモトピー論では，いくら input に Seiberg-Witten 方程式を用いても，4 次元多様体論最大の未解決問題である松本幸夫先生の 8 分の 11 予想は決して解けないということです．このことは，単に更なる進歩への本質的困難に遭遇したのとは全く異なり，長年『古典的ホモトピー論は深いはずだ』と信じて研究を続けてきた私にとって，(勿論，松本幸夫先生の 8 分の 11 予想が正しいと仮定してのことですが) 極めてショックなことでした．

ただ，仮に伝統的なホモトピー論がそのままでは幾つかの問題に対して無力で有っても，伝統的なホモトピー論と類似の枠組みで構築した，与えれた問題に適合した『抽象的ホモトピー論』が無力とは限りません．実際，Voevodsky は，代数幾何における抽象的ホモトピー論である,『モチビック・ホモトピー論』を Morel と共に構築しましたが，基礎体 k が複素数体の部分体ならば，そのモチビック・ホモトピー論が古典的ホモトピー論 (の全ての情報) を含むことが，その構成方法から分かるからです．そこで狙うべきは，特定の次元のホモトピー群の情報を複素数体上のモチビック・ホモトピー論から取り出すことを目指す，などというような，重箱の隅を突っつくようなものではなく，もっと大域的な性質を明らかにする，ということです．そのためには，モチビック・ホモトピー論の大域的性質を与えるような大域的な代数幾何的性質を探究しなければなりません．

そして，私が今全精力を込めて取り組むべきことが何か，確信しました：

『代数幾何の階層構造を探究せよ！』

これを，大川哲介博士への追悼プロシーディング掲載の論文に記しました．