

今後の研究計画

これまでの研究を基盤として、以下の方向性において研究を発展させることを計画する。

1. Stokes 曲線のトポロジーの物理的意味

Schwarzschild ブラックホールの解析では、これまでの研究において高減衰の QNM を仮定し、既知の結果を再現していた。一方で、低減衰の QNM についても、完全 WKB 解析を用いることで QNM の条件式を導出可能である。この場合、低減衰モードに対応する Stokes 曲線のトポロジーが非自明な変化を示す点は特筆すべきであり、ブラックホールに関する新たな物理的洞察を提供する可能性がある。ただし、この解析においては位相積分の正確な計算が主要な課題となる。この問題は、種数 1 以上の Riemann 面上で周回積分を実行する必要があることに起因している。位相積分を解析的または数値的に評価するための手法を構築し、それに基づき Stokes 曲線のトポロジーが持つ物理的意味をさらに深く探求する。

2. 一般相対論を超えた重力理論への応用

完全 WKB 解析は、一般相対性理論を超えた重力理論にも適用可能である。この手法の主な利点の一つは、解析接続の際に特殊関数の知識を必要としない点にある。そのため、特異点構造が複雑な重力理論の解析にも適した方法といえる。近年、一般相対性理論を超える重力理論における QNM の研究が活発化しており、完全 WKB 解析はこれらの QNM を系統的に解析するための強力なツールとなる。特に、量子重力理論に動機付けられた、量子補正入りのブラックホールへの適用を通して、量子重力研究の進展に貢献する。

3. 励起因子及びグレーボディ因子の研究

完全 WKB 解析は、ブラックホールの反射係数や透過係数の計算に適用可能であり、これらはブラックホールの励起因子やグレーボディ因子と直接関連している。励起因子は各 QNM の初期重力波振幅を表す係数であり、高次の QNM に対する励起因子が大きいことが数値相対論の研究から指摘されている。この点が近年注目を集めており、完全 WKB 解析を用いてその物理的および数理的な背景を明らかにすることが期待される。特に、研究計画 1 で述べた Stokes 曲線のトポロジーとの関連が鍵となる可能性がある。一方、グレーボディ因子はブラックホールによる散乱過程の係数として現れ、QNM に代わる量として重力理論の検証やホログラフィーの文脈で議論されている。完全 WKB 解析を用いることで、通常の WKB 近似が適用できないパラメータ領域におけるグレーボディ因子の計算を行うことができる。さらに、一般相対性理論を超えた重力理論においても、励起因子およびグレーボディ因子の計算を進めることで、これらの理論に関する新たな知見を得ることを目指す。

以上の研究計画は $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ の順番を想定しているが、高減衰率の QNM のような極限的な場合には位相積分の近似計算が上手くいくことがあり、その場合には研究計画 2, 3 に早期に着手することも可能である。