

これまでの研究成果のまとめ

ブラックホールは、強い重力場の下で一般相対性理論を検証する絶好の場とされており、その性質は質量と角運動量という2つのパラメーターで特徴付けられる。この特異性は、ブラックホールが「鳴り響く」過程、すなわちリングダウン段階に現れる。この段階の波形には準固有振動 (QNM) と呼ばれる複素固有振動数が含まれる。QNM はブラックホールの散逸的な性質を反映し、ブラックホール摂動理論に基づき詳細に研究されてきた。さらに、QNM は天体物理学のみならず、量子重力やホログラフィーといった理論物理学のさまざまな分野でも議論されている。

数学的には、QNM は2点境界条件を伴う二階常微分方程式の複素固有値として定義される。この問題を解くための数値手法 (例: Leaver の方法) が開発されているが、複素振動数平面全体での QNM の構造を解析的に理解することは依然として困難である。一つのアプローチとして、境界で近似解を構築し、それらを解析接続によって結びつける方法が挙げられる。この過程では、QNM の条件式が解の係数に埋め込まれ、量子力学の Bohr-Sommerfeld 量子化条件に類似した形式で表現される。この手法は、高次モード (eikonal 極限) や高い減衰モードでの QNM の解析を可能にする。

過去 40 年ほどで、WKB 摂動の全次数を再総和した「完全 WKB 解析」が著しく進展した。この解析は、複素座標平面における Stokes 現象を Stokes 曲線を用いて記述し、解を近似なしに解析接続することを可能にする。この手法により、QNM の境界条件は奇数次 WKB 級数の位相積分として厳密に表現される。

現時点では、完全 WKB 解析をブラックホールの QNM に適用した研究はごく限られている。類似の手法としてモノドロミー法が挙げられるが、この方法は高減衰率の QNM に特化しており、解析接続の前に近似を行うため、その適用範囲に制限がある。一方で、完全 WKB 解析は QNM の条件式を近似なしで導出可能であり、適用範囲の制約が原理的に存在しない。この特性により、QNM 計算の困難な点は位相積分の計算に集約される。また、解を実軸上で構築することで、ブラックホールの反射係数や透過係数に関する議論がより明確に行えるという利点がある。

我々の研究では、完全 WKB 解析を用いたブラックホールの QNM の計算法が開発された。特に、事象の地平線から無限遠に至るまで実軸に沿った解析接続を行い、見過ごされていた Stokes 曲線の対数螺旋的な挙動や地平線からの分岐線の寄与を明らかにした。これらの特徴を考慮した結果、可解模型や Schwarzschild ブラックホールの解析において既知の結果を再現することに成功した。この新手法は、QNM 解析において既存の手法とは異なるアプローチを提供し、ブラックホール物理学におけるさらなる応用の可能性を提示している。