

今後の研究計画

Toric face ring は、Stanley-Reisner ring を一般化したものにとらえることができます。すなわち、Stanley-Reisner ring は、多項式環を単体複体の構造に従ってつなぎ合わせたものであるのに対し、toric face ring は Ehrhart 環を、polytopal complex の構造に従ってつなぎ合わせたものです。このことから、toric face ring は、最近さかんに研究されています。しかしながら、ある特別な由来を持つ toric face ring がどのような性質を持つのか、などの研究は、あまり行われていないように思います。「これまでの研究成果」にも書きましたように、私は Hibi ring から toric face ring が得られることを示しました。すなわち、Hibi ring は、normal affine semigroup ring としても表現されますが、normal affine semigroup ring の canonical module には、Stanley による表現があり、その normal affine semigroup ring のイデアルとして表現されます。このイデアルを canonical ideal と呼ぶことにすると、Hibi ring の canonical ideal および、その divisor 群における逆元（これは分数イデアルですが、以下 anticanonical ideal と呼ぶことにします）の fiber cone が、ともに toric face ring であることを示しました。

この研究成果は、Frobenius complexity と密接に関係する、anticanonical module の fiber cone を、Hibi ring について調べることにより得られました。一方で私は、Frobenius complexity の極限について、それを toric ring だけでなく、その他の環についても考察する研究を現在行っております。とくに、組み合わせ構造が、anticanonical module や、Frobenius complexity を記述する手段となるような環について、その Frobenius complexity の極限が anticanonical module の fiber cone の次元から考えられる最大値となるのかどうか、調べていきたいと考えています。とくに、determinantal ring など ASL 構造を持つ環について、その ASL 構造による、anticanonical module の fiber cone の記述などを研究したいと考えています。

一方、Hibi ring は order polytope の Ehrhart ring であり、order polytope と chain polytope の Ehrhart ring は様々な類似点を持ちます。とくに、両者とも同一の distributive lattice 上の ASL であり、その類似性に着目した研究も行っていきたいと考えています。