今後の研究計画

森澤理之

余等質 1 の南部後藤ストリングの可積分性に関するもの

時空における点粒子の運動は測地線として記述される。この測地線方程式は、時空の計量をハミルトニアンとする力学系と等価であり、可換な保存量が十分な数存在する場合に可積分となる。時空が対称性を持つ場合、その対称性に対応するキリングベクトル場が存在し、これらから構成される保存量の数が十分であれば、その時空における測地線は可積分となる。しかし興味深いことに、カー時空のように対称性が低く、キリングベクトルの数が不十分な場合でも測地線が可積分となる例が知られている。このような時空は「隠れた対称性」を持つと表現され、キリングテンソルの存在が新たな保存量を生み出し、測地線方程式の可積分性を保証している。

点粒子（0次元物体）の運動に関連した「隠れた対称性」の概念を拡張し、ストリング（1次元物体）の運動に関連した「隠れた対称性」の存在可能性を探ることは、重要な研究課題である。測地線方程式の自然な一般化として、ストリングの世界面の面積を作用とする南部後藤ストリングが知られている。しかし、一般の南部後藤ストリングがすべて可積分であるという要求は時空に過度に強い制限を課すため、そのような時空の例は限定的である。

本研究では、余等質 1 の南部後藤ストリング（世界面の 1 方向にのみキリングベクトル場が沿うストリング）に焦点を当て、その可積分性条件を満たす時空の特徴付けを目指す。最大対称時空ではすべての余等質 1 ストリングが可積分となることが知られているが、準最大対称時空ではそうでない例が存在する。本研究では、全ての余等質1ストリングが可積分となるための必要十分条件を明らかにし、可積分性と非可積分性の境界を特定することを目指す。さらに、この研究の自然な発展として、余等質 1 メンブレンの可積分性への拡張可能性についても検討する。

ループ量子重力と複雑性に関するもの

ループ量子重力は非摂動的で背景時空に依存しない一般相対論の量子化の試みのひとつである。ループ重力では、スピンネットワーク状態が状態空間の正規直交基底を張っている。スピンネットワーク状態はスピンネットワークでラベルされた状態で、スピンネットワークとは各辺に「スピン」と呼ばれる半整数が乗ったグラフであり、各頂点に集まる辺のスピンの間には簡単な関係式による制約がある。ループ重力では、幾何学的な演算子（面積演算子や体積演算子）が構成され、スピンネットワーク状態がその固有ベクトルになっていて、固有値（すなわち面積や体積）は離散的な値を取る。

ループ重力における体積演算子の性質を情報的な観点から見ると、次のようなことが示唆される: 情報処理を行うためには必要最小限の体積が存在する、あるいは空間の領域中に含まれる論理ゲートの個数は体積によって制限される。これはあたかも、近年、量子情報の文脈において言われる「複雑性は体積」だというコンジェクチャーと同じことを言っているように見える。

このように、ループ重力もしくはスピンネットワーク状態を土台とした量子情報や量子計算について論じ、特にその複雑性について議論したい。