

**研究背景** 表現論において加群のテンソル積やその既約分解が重要であったように、頂点作用素代数でも VOA 加群のテンソル積の概念やその構造が重要になる。代数系の加群の定義より VOA 加群の定義は複雑であるため、テンソル積を定義するのは容易ではなくなる。例えば、二つの VOA 加群に対して適当な積を定義した時、その積が再び VOA 加群の圏に含まれるかどうか、あるいはテンソル積の普遍性を満たすかを確認するのは非常に難しくなる。Huang, Lepowsky, Zhang による一連の研究により、対数的 VOA 加群の圏は、然るべき条件を満たす場合、テンソル圏の構造が入ることが示されている。彼らが用いている重要な概念の一つが、絡作用素と呼ばれる加群の間に定義される作用素である。絡作用素は共形場理論におけるカイラル場に対応しており、VOA 加群のテンソル積分解を調べる際に重要な役割を果たす。

頂点作用素代数の表現論で加群の明示的な構成手法として、自由場表示と呼ばれるものがある。この手法により、ボゾンとフェルミオンの自由場を用いて種々の頂点作用素が具体的に実現される。自由場表示で構成した加群の間には、然るべき条件の下で、遮蔽作用素と呼ばれる VOA の作用と可換な作用素が定義できることが知られている。Fjelstad らと Li は、それぞれ共形場理論と頂点作用素代数の立場から、遮蔽作用素を用いたある種の作用素の log 変形手法を発見している (Fjelstad et al., *Nucl. Phys.*, 2002 & Li., *J. Algebra*, 1997)。彼らの log 変形手法により、遮蔽作用素で結びついている VOA 加群から、非自明な対数的加群を構成することができる。この Fjelstad らと Li の変形手法を適切に拡張すれば、絡作用素の理論に関する深い結果が得られると期待される。

**研究目的・内容** これまでのトリプレット W 代数や  $N = 2$  Virasoro 頂点素超代数の研究で、頂点作用素に関するある種の  $\epsilon$  変形手法を発見した (Nakano., arXiv, 2024 & Nakano, Orosz Hunziker, Ros Camacho and Wood., arXiv, 2024)。これまでの研究成果でも述べたように、この手法は微小パラメータ  $\epsilon$  による表現の繰りこみとすることができ、 $\epsilon$  に関して解析的な評価を行うことにより、VOA の表現論で重要な絡作用素や 4 点関数の性質が明らかになる。この変形手法はトリプレット W 代数や Virasoro 代数にとどまらずに、様々な頂点作用素代数に応用可能であると考えられる。そこで本研究では、この変形手法を精密化し、対数的頂点作用素代数の絡作用素や  $N$  点相関関数の研究に応用する。

テンソル圏の理論で最も重要な役割を果たすのは、ペンタゴン関係式の定義に現れる associator と呼ばれる作用素である。Huang, Lepowsky, Zhang の定式化では、この作用素はある種の普遍性を満たす絡作用素で特徴づけられる。associator の性質が明らかにできれば、テンソル圏の構造は完全に決定されると言うて良い。興味深いことに、bosonic ghost VOA では  $\epsilon$  変形の手法を用いることにより、Fjelstad らと Li の log 変形の作用素が導出でき、さらにテンソル圏の associator の性質も明らかにできている (Allen, Lenther, Nakano, Schweigert and Wood, in preparation)。ここで、bosonic ghost VOA とは、ベータガンマ系とも呼ばれる頂点作用素代数で、アフィン  $sl_2$  の頂点作用素代数に類似し、かつそれよりもいくらか単純な頂点作用素代数である。一般に、associator の性質を決定するのはきわめて難しい問題であるが、本研究ではこの問題に対して、 $\epsilon$  変形手法を用いたアプローチを試みる。

また、我々と同時期に、Creutzig, McRae, Yang は  $N = 2$  Virasoro 超代数のテンソル圏に関する同じ主張を得ている (これまでの研究成果参照)。彼らの証明方法は我々の解析的手法とは異なり、より圏論的な方法となっている。我々の手法と彼らの手法を比較し、背後にある VOA 加群のテンソル圏の理論を追及する。