

## (2) これまでの研究成果のまとめ

大野走馬

以下の主要論文 2 編の背景および概要について述べる。

主要論文 1 : S. Ohno. *Rarita-Schwinger fields on nearly parallel  $G_2$ -manifolds*.

主要論文 2 : S. Ohno, T. Tomihisa. *Rarita-Schwinger fields on nearly Kähler manifolds*.

### 現在までの研究の背景

従来のスピノール幾何学では、スピノール束  $S_{1/2}$  上の Dirac 作用素及び関連した特殊なスピノールについての研究が主であった。ここで、特に Dirac 作用素のカーネルの元のことを調和スピノールという。調和スピノールの存在・非存在は曲率でコントロールされることが知られている。一方、近年のスピノール幾何学では、Dirac 作用素及び調和スピノールの類似とも言えるスピノール  $3/2$  スピノール束  $S_{3/2}$  上の Rarita-Schwinger 作用素、Rarita-Schwinger 場(以下 RS 場)についても盛んに研究されている。調和スピノールとは異なり、RS 場の存在・非存在は多様体の幾何構造や次元に依存する。そこで、「RS 場をどのような幾何構造を持つ多様体上で解明できるか?」という問いが生まれる。キリングベクトル場のスピノール版であるキリングスピノールを持つ多様体は、この問いの答えとなる面白いクラスの一つである。

### 現在までの研究業績の概要

#### (1) nearly parallel $G_2$ 多様体上で Rarita-Schwinger 場を調べた (主要論文 1)

nearly parallel  $G_2$ (以下  $NPG_2$ )多様体は、キリングスピノールを持つ多様体の一つであり、正のスカラー曲率を持つ 7次元のアインシュタイン多様体である。私は「 $NPG_2$ 多様体上の良い接続」に関するいくつかの公式を構築することによって、コンパクト  $NPG_2$ 多様体上で RS 場の空間と Laplacian のある固有空間の部分空間が同型であることを明らかにした。これにより、いくつかの  $NPG_2$ 多様体上に RS 場が存在しないことが分かった。一方、本間氏と U. Semmelmann 氏によれば多くの torsion-free な  $G_2$ 多様体上には RS 場が存在する。これは、同じ構造群を持つ多様体上でも RS 場の振る舞いが全く異なることを意味している。

さらに、 $NPG_2$ 多様体上のキリングスピノールの無限小変形の空間を特定することにも成功した。7次元スピノール多様体上でキリングスピノールと  $NPG_2$ 構造が一対一対応することから、B. Alexandrov 氏、U. Semmelmann 氏による nearly parallel  $G_2$ 構造の無限小変形の結果を、キリングスピノールを通して調べた結果として重要である。

#### (2) nearly Kähler 多様体上で Rarita-Schwinger 場を調べた (主要論文 2)

nearly Kähler(以下 NK)多様体は、キリングスピノールを持つ多様体の一つである。特に正のスカラー曲率を持つアインシュタイン多様体である。(1)で述べた「 $NPG_2$ 多様体上の良い接続」と似たような性質を持つ「良い接続」が NK多様体上にも存在する。従って、私は  $NPG_2$ 多様体のときと同様に「NK多様体上の良い接続」に関する公式を構築し、6次元コンパクト NK多様体上で RS 場の空間と調和 3形式の空間が同型であることを明らかにした。 $S^3 \times S^3$ には、等質または非等質な NK構造が入るが、これには 2次元分の RS 場が存在する。一方、通常の計量を入れた場合には RS 場が存在しないことが分かる。これは、RS 場が位相だけでなく計量などにも依る初めての例であり、重要である。

さらに、RS 場の空間を特定するのと同様の方法を用いて、NK多様体上のキリングスピノールの無限小変形の空間を特定することにも成功した。6次元スピノール多様体上でキリングスピノールと NK構造が一対一対応することから、A. Moroianu 氏、P.-A. Nagy 氏、U. Semmelmann 氏らによる NK構造の無限小変形の結果を、キリングスピノールを通して調べた結果として重要である。