【今後の研究計画】

Martin Guest と C. S. Lin は近年の研究に於いて，tt^*-戸田方程式を定義し，その大域的に滑らかな解を構成した．tt^* 方程式はティツェイカ方程式を特殊な場合として含み，従って今までの申請者の研究から，彼らの解は $\mathbb{C}^3$ の特殊ラグランジュ錐を与える事が分かる．Guest と Lin の与える解の性質を更に詳しく調べることで，対応する特殊ラグランジュ錐の大域的な性質を調べたい．また Guest-Lin は解析的手法を用いて解を構成していたが，一方対応するループ群の幾何 (岩沢分解) を用いて彼らの結果の別証明を与えることができるのではないかと考えている．Guest-Its-Lin では，tt^*-戸田方程式に付随するストークス構造に着目し，リーマン-ヒルベルト問題に帰着させることで解を構成しているようであり，こちらも大変興味深い．さらに tt^*-戸田方程式の解は特殊ラグランジュ多様体のみならず，より一般の極小部分多様体と関連していると考えられる．そのことも詳しく調べていきたい．

また，上述したように，一般化されたワイエルシュトラス型表現公式による $\mathbb{C}^3$ の特殊ラグランジュ錐の構成法を複素錐 $Q_0^3 = \{(x_0, x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{C}^4 : x_0^2 + \cdots + x_3^2 = 0\}$ に於いて考察する．前結果の類推より，Q_0^3 の特殊ラグランジュ錐を得ることは，局所的にリーマン面 S から $S^2 \times S^2$ への極小ラグランジュはめ込みを求めることと等しい．すなわち，極小ラグランジュはめ込み $\psi : S \to S^2 \times S^2$ を与えるような表現公式の初期値を定めれば，前結果と同様に Q_0^3 の特殊ラグランジュ錐を構成し得る．この場合，何らかの可積分系が対応するかどうかはより重要な点である．これはまた，$S^2 \times S^2$ のケーラー・アインシュタイン構造に付随して現れる佐々木-アインシュタイン構造に関しても，極小ルジャンドルはめ込みに対して並行した議論ができるのではないかと思われる．

極小ラグランジュはめ込み $\psi : S \to \mathbb{C}\mathrm{P}^2$，したがって $\mathbb{C}^3$ の特殊ラグランジュ錐を構成する際の初期値となる S 上行列値１形式は，SU(3) のループ環のあるクラスに値を取る．これは多様体の観点からすると，SU(3) のループ群のあるクラスが，$\mathbb{C}^3$ の特殊ラグランジュ錐に対応することを示している．本研究では，この $\mathbb{C}^3$ の特殊ラグランジュ錐に対応する部分ループ群が，SU(3) のループ群に於いてどのような幾何学的性質をもつかを考察する．

ループ群は無限次元多様体である一方，フーリエ解析学やリー環論が有用でもあることより，比較的良くその幾何学的構造が知られている．特に，基点付きループ群については，その曲率や特性類がチャーン - ヴェイユ理論や指数定理を用いて求められるなど (D. Freed, *The geometry of loop groups*, 1988)，微分幾何的な観点からもループ群を研究する手段は多い．これらの先行研究を踏まえつつ，特殊ラグランジュ部分多様体に由来するクラスの幾何学的な特徴付けを行う．

３次元の場合に於いては，特殊ラグランジュ錐に由来する等質空間，及び戸田格子方程式系に由来する等質空間の間に同型関係をみることができる．特殊ラグランジュ錐とループ群の間の対応関係が明らかになれば，ループ群によってこの二つの等質空間の相違を記述することが期待される．

特殊ラグランジュ錐と可積分系の対応は，対応する調和写像の定義域が２次元であるという特殊性に依拠しており，高次元に於いて両者の間に同様の対応があるかどうかは定かでない．一方，より高次元の場合にも，特殊ラグランジュ錐に由来する等質空間は定義が可能である．したがって，３次元に於ける特殊ラグランジュ錐，及び可積分系に由来する等質空間同士の対応をループ群の言葉で記述できれば，高次元特殊ラグランジュ錐に対応する対象及びその可積分性などを検証することができる．