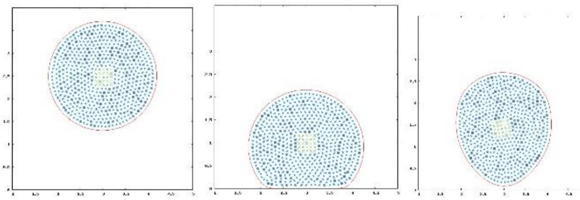
今後の研究計画（小俣正朗）

現在継続中の研究は、泡や液滴などが障害物に接触する、またはそれ自身に接触する場合の動力学について、数理モデル構築と数学的手法の確立、数値解法の確立による現象の理解を目的としている。物理イメージとして、固体表面上の液滴、水中や水面上の泡、重なり合って動く泡の集合などを想定している。（下図参照）



流体を充填したボールのバウンス

多重泡

液滴の表面が障害物に接触する場所や泡の重なり合う場所をジャンクションと呼ぶことにする。この部分には表面エネルギーと異なる（比較的強い）エネルギーが集中しており、その動力学を解析するモデル構築が目標である。これらに対して変分法や偏微分方程式に基づいた数学的意味づけとシミュレーション技法（計算技術）を確立していく。対象同士の相互作用としては抗力・摩擦力、粘着力などを想定する。また、液滴の体積保存など大域的制約条件がつくこともある。このような大域的情報の取り扱いには変分的手法が優れていることより、双曲型離散勾配流法による解法の確立・整理を行う。

具体的に,ポテンシャルは　$I(u) = \int \left(|\nabla u|^2 + \chi_{\{u>0\}}\right) dx$ というものである。第２項は特性関数で、水面から水の膜を取り出すのに必要な仕事に対応している。この $I = S_{Shape} + U_{Potential}$ を膜の形状ポテンシャルとしてこの膜のラグランジアン

$$L = S_{Shape} + U_{Potential} - K_{Kinetic}$$

の第一変分を計算する方法で方程式を抽出する。特性関数の項がなんらかの第一変分が計算できたとすると（それがラドン測度$\delta_{\partial\{u>0\}}$になってくれると思えば）方程式は次のようになる：　$\chi_{\overline{\{u>0\}}} u_{tt} = \Delta u - \delta_{\partial\{u>0\}} + \int (u u_{tt} + |\nabla u|^2) dx$

測度$\delta_{\partial\{u>0\}}$をなめらかな関数で近似するなど問題をマイルドにするなどしても、退化双曲型、大域問題としても難しさは残っている。

このような問題群に対して、離散勾配流法は有効である。これは、時間差分・空間微分型汎関数：

$$J_n(u) := \int \frac{|u - 2u_{n-1} + u_{n-2}|^2}{2h^2} dx + I(u) \quad n = 1,2,\cdots$$

を用いる方法論である（Iは元となる定常問題の汎関数）。現在、この汎関数の改善に取り組んでおり（クランクニコルソン型など）、より進んだ結果を得られるように研究を進めたい。