

今後の研究計画

任 鑫

(1) 2-Calabi-Yau 三角圏と一般化された q -有理数の関連についての研究

本研究は 2-Calabi-Yau 三角圏 $\mathcal{C}_n$ 上の $(n+1)$ -Braid 群作用を考え、 $\mathcal{C}_n$ 上の球面的対象の組合せ論的な構造を明らかにすることを目指す。具体的には、一般化された q -有理数 ($n-1$ 次元射影空間上の有理点の q -変形) を構成し、 $\mathcal{C}_n$ 上の $(n+1)$ -組紐群作用と一般化された q -有理数上の $PSL_q(n, \mathbb{Z})$ 群作用との関係を明らかにし、更に、これまでに得た q -有理数に関する結果を一般化された q -有理数に拡張したいと考えている。

(2) q -有理数の既約分解問題

分母が素数である既約分数に対して、その q -有理数の分母多項式は $\mathbb{Z}[q]$ で既約であり、さらに、左 q -有理数についても同様であると予想される。これは 730 以下の素数について計算機で確認しているが、一般には未解決である。特に左 q -有理数の場合の一例として、素数 p に対し $q^p + q^{p-2} + \cdots + q + 1$ は $\mathbb{Z}[q]$ で既約と予想されるが、このような特殊な場合すら全くわかっていない。今後もこの問題に取り組んで行きたい。

(3) 一般化された Specht ideal とそのグレブナー基底の研究

体 K 上の多項式環 $K[x_1, \dots, x_n]$ のイデアルのグレブナー基底が普遍とは、如何なる項順序に対してもグレブナー基底になることである。先行研究で構成された Specht イデアル I_μ のグレブナー基底が普遍であることは容易に分かる。一方、我々が構成した $I_{\mu,k}$ のグレブナー基底も普遍と予想されるが、タブローに 1 を k 個入れたことで、対応する変数 x_1 の対称性が失われ、既に得られた部分的な結果でも、その証明は非常に複雑であった。この問題についても取り組んでいきたいと考えている。

さらに、 $I_{\mu,k}$ の更なる一般化として、 j 個の正整数 $k_1, \dots, k_j$ と $m = k_1 + \cdots + k_j$ の分割 μ を用意し、そのヤング図形の m 個の箱に、各 j を k_j 個ずつ入れたタブロー（実質「Kostka の定理」でカウントされるもの）から、被約化された Specht 多項式が得られるが、これらが生成するイデアル $I_{\mu, k_1, \dots, k_j}$ の被約性とそのグレブナー基底の構成について研究していきたいと考えている。