これまでの研究のまとめ

任　鑫

研究 1: *q*-実数と数論における Hurwitz の定理の *q*-変形についての研究（論文リスト: 1）

q を変数として、*q*-有理数は整数係数を持つ 2 つの多項式の商で表現されるものであり、Morier-Genoud と Ovsienko により、連分数と特殊射影線型群の *q*-変形を用いて導入された概念である。この新しい概念は、最近数学の多くの分野の対象を研究するために用いられてきた。更に、この概念の発展として、上記二氏は、実数の有理近似を用いて q-実数（q を変数としての冪級数）という概念を導入した。数論における Hurwitz の定理の q-実数の世界での対応物を探すことは、全ての実数に対応する q-実数の収束半径の中で、黄金比$\left(1+\sqrt{5}\right)/2$の q-変形の収束半径が最小であるという予想に帰着する。私は貴金属数（つまり、$n+\sqrt{n^2+4}/2$で表す二次無理数）を含むいくつかの場合に上記の予想が正しいことを証明し、貴金属数に収束する有理数列の各項に対して、それらの *q*-実数の収束半径の下限を与えた。

研究 2: グレブナー基底と一般化された Specht イデアルの研究（論文リスト: 2）

Shuo Yen Robert Li と Wen Ching Winnie Li はグラフの極大独立集合を計算する問題を可換代数と関連づける研究において、多項式環$K[x_1,\dots,x_n]$のイデアルのあるクラスを導入した（ここでは Li-Li イデアルと呼ぶ）。私は柳川浩二氏との共同研究で、Specht イデアルと被約な Li-Li イデアルの双方の一般化となるクラスを研究した。具体的には、正の整数 k に対し $n+k-1$の分割 μ を用意し、そのヤング図形の$n+k-1$個の箱に1をk個、$2,\dots,n$を1個ずつ入れてできたヤング・タブローの一般化された Specht 多項式全体で生成されたイデアル$I_{\mu,k}$を定義し、$I_{\mu,k}$が被約なイデアルであることを示した。更に、このイデアルのグレブナー基底を構成した。

研究 3: 2-Calabi–Yau 三角圏と *q*-有理数の関連についての研究（論文リスト: 3）

クイバーの zigzag 代数から定まる 2-Calabi-Yau 三角圏は Khovanov と Seide の二氏により導入されたものである。特に、A_2型クイバーにより定まる 2-Calabi-Yau 三角圏$\mathcal{C}_2$上の球面対象の組合せ論的な構造は、q-有理数と Bapat、Becker と Licata により導入された左 *q*-有理数(有理数の別の *q*-変形で、上記のものと対をなすもの)を用いて表せる。

私は負連分数の視点から、代数的、組合せ論的な手法を用い、左 *q*-有理数の Farey 和公式を導いた。この公式を用い、有理絡み目の正規化されたジョーンズ多項式が左 *q*-有理数の分子のみを用いて計算できるということの組合せ論的な別証明を与えた。更に、$\mathcal{C}_2$の球面対象に関し、有理数の Farey 和公式の類似物を与えた。また、私は有理近似の q-変形と関連し、2 次無理数に対して、その q-実数の母関数と$\mathcal{C}_2$上の球面対象との関係を明らかにした。

研究 4: *q*-有理数の算術的性質についての研究　（論文リスト: 4）

私は小木曽岳義氏、宮本賢伍氏、和久井道久氏、柳川浩二氏と共同で *q*-有理数の算術的性質について研究した。同じ分母を持つ 2 つの有理数について、それらの *q*-変形された分母多項式が等しくなるための十分条件と分母多項式が回文多項式であるための必要十分条件を与えた。更に分子多項式と分母多項式の因数分解についていくつかの性質が得られた。