

今後の研究計画

高崎金久

BCD 型 KP・戸田階層 KP 階層が佐藤幹夫らによって 1980 年代初めに普遍的可積分系として提案されてまもなく、無限次元リー代数の表現論の観点から B 型や C 型の変種 (BKP 階層と CKP 階層) が導入された。数年後に上野喜三雄と私によって戸田階層が導入された際にも同様の変種を探る試みが行われた。その後の研究で D 型 KP 階層 (DKP 階層) や新たな B 型 KP 階層 (大 KP 階層) も見出された。近年は Zabrodin らによって新しい型の戸田階層 (B-戸田階層と C-戸田階層) が提案されている。これらの変種の戸田階層に対して詳しい性質、特にその無限次元対称性の構造を解明したい。

超対称ゲージ理論や位相的弦理論とリーマン・ヒルベルト問題 T. Bridgeland は安定性条件の幾何学においてある種のリーマン・ヒルベルト問題を導入し、それが Γ 関数や多重正弦関数によって解けるいくつかの例を示した。その後 M. Alim らがそれらの例を位相的弦理論の観点から考察した。Bridgeland のリーマン・ヒルベルト問題の定式化はもともとある種の超ケーラー計量に関する D. Gaiotto, G. Moore, A. Neitzke の研究に端を発している。それらの計量は超対称ゲージ理論の真空のモジュライ空間の上に構成されている。数理論理におけるこの種のリーマン・ヒルベルト問題の役割をさらに詳しく考察したい。

数え上げ幾何学とフロベニウス多様体 B. Dubrovin は種数 0 のグロモフ・ウィッテン理論の幾何構造をフロベニウス多様体として定式化し、可積分系や等モノドロミー変形との関係を明らかにした。A. Givental は全種数のグロモフ・ウィッテン不変量の母関数に対してボゾンフォック空間上の作用素による表示を与えた。Givental によれば、この作用素表示は無限次元のシンプレクティック幾何学におけるラグランジュ多様体の量子化とみなせるようである。このことの意味や可積分系との関係を理解したい。

グラスマン多様体と境界測定・散乱振幅 A. Postnikov は境界測定の概念を用いて実グラスマン多様体の全非負部分の胞体分割を構成した。境界測定は重み付きグラフを経路和やマッチング和によってグラスマン多様体の点に対応させる写像である。その後、境界測定とそれに関連する組み合わせ論的概念は 4 次元 $\mathcal{N} = 4$ 超対称ゲージ理論の散乱振幅にも応用された。これらの散乱振幅に対してはいくつかの異なるアプローチが知られており、それらの間の関係を明らかにしたい。

数学史 過去数年間にわたって行列と木の定理 (matrix-tree theorem), グラスマン多様体の起源, 実対称行列の固有値の交錯定理 (interlace theorem) などのテーマで 19 世紀の文献を調べて、いくつかの興味深い事実を見出した。最近では多項式の根の個数に関する Sturm の定理に関心を持っており、関連文献を調査したい。