

カー・ブラックホール時空には、共形キリング-矢野テンソル (CKY) と呼ばれる特別なテンソル場で記述される隠れた対称性が存在する。このような対称性は、ブラックホール時空の摂動方程式に現れる変数分離性や時空の (不) 安定性解析の研究においても重要な役割を果たすと考えられている。歴史的には、ウォーカー・ペンローズ (1970 年) によって、4次元カー・ブラックホール時空の対称性として発見された。また、CKY を純粋に数学的視点から導入したのは柏田 (1968 年) 立花 (1969 年) たちによる幾何学者の研究にまで遡る。20 世紀後半になって、超弦理論や超重力理論等々の重力を含む統一理論の関心は高次元ブラックホール時空を研究する大きな動機付けを与えた。私たちは CKY が高次元時空にも拡張できることを明らかにしてきた [45]-[69]。主要な結果は、CKY を許す唯一の時空が Kerr-NUT-(Anti) de Sitter ブラックホール時空であることを証明したことである [51][52]。

このような研究を幾何学に応用すると、CKY を許すブラックホール時空の解析接続を使って、コンパクトな多様体上にアインシュタイン計量を誘導することが出来る。橋本-阪口との共同研究で得られたアインシュタイン計量 [35] も CKY を通して見ると非常に自然なものである。ローレンツ幾何学とリーマン幾何学の間に関係が深い関係が存在しているようだ。ページ計量やトーリック佐々木・アインシュタイン計量、そしてトラス作用を持つ球面束上のアインシュタイン計量も高次元ブラックホール時空から構成することが出来る。これらの結果の概要は、レビュー論文 [59] および [72][73] においてすでに発表している。幾何学的あるいは物理的な理解を深めることでさらなる展開が期待できると考える。

近年のブラックホール研究は、重力波の発見 (2015)、銀河の中心にある巨大ブラックホールの撮影 (2019) などすさまじい進展があり、ブラックホールがアインシュタイン方程式の厳密解であるという数学的なものから実在するものへと見方も大きく変化してきている。このような時期に、ブラックホールについての古典的な理論研究をもう一度、現代的な手法を取り入れて見直すことにも価値があると考えられる。本研究では、カー・ブラックホール時空において、1978 年にワルドが提唱した「ワルドの 4 つ組」と呼ばれる演算子を、CKY の視点から再構成することを試みる。ワルドの 4 つ組は、重力摂動方程式 (Teukolsky 方程式) の変数分離性に対して幾何学的な解釈を提供し、重力波の解析においても重要な役割を果たすことが期待出来る。ブラックホールの降着円板やジェットについて、X 線観測データや数値シミュレーションによって電磁流体力学の効果が観測されている。本研究では、このような現象を理解するためのモデルとして、完全流体を背景場とするブラックホール時空を考察する。CKY に流体の自由度をトーションとして取り入れ、アインシュタイン方程式を調和写像の方程式に変換する。論文 [62][68] で考察したブラックホール周辺で剛体回転する完全流体 (ウォルキスト解) もこのような方法で導出することが出来る。アインシュタイン方程式と調和写像の間の幾何学的な対応関係を明らかにし、完全流体を含むブラックホール時空の構成を行う。