



図の実線はこれまでの研究結果. 破線は現在取り組んでいる・今後取り組む研究対象.

これまでの研究で, 一般型変形 Webster 代数 $W^{\mathfrak{g}}$ を Khovanov-Lauda-Rouquier 代数の部分代数として導入した. Khovanov-Lauda-Rouquier 代数は p -DG 構造を持つので, 一般型変形 Webster 代数 $W^{\mathfrak{g}}$ にも自然に p -DG 構造が考えられる. この一般型変形 Webster 代数 $W^{\mathfrak{g}}$ を基にして, 量子群 $U_q(\mathfrak{g})$ とその表現から得られる結び目の量子不変量を精密化する結び目ホモロジー不変量の構成や 3 次元多様体の量子不変量を精密化する 3 次元多様体ホモロジー不変量の構成に取り組む.

研究計画

科研費の研究課題/領域番号:22K03318 の計画に沿って研究を進める. 2024 年度に Khovanov が日本に滞在した際 (2025 年 2 月に 4 日間を予定) に行った議論を中心に 2025 年度は研究を進展させる. また, 2025 年度はアメリカで Khovanov, Lauda, Qi, Sussan と下記のテーマについて議論する計画を立てている.

具体的には以下に取り組む.

- (1) 対称積 $S^k(\mathbb{C}^n \otimes \mathbb{C}^m)$ 上の互いに可換な左 $U_q(\mathfrak{sl}_n)$ 作用と右 $U_q(\mathfrak{gl}_m)$ 作用から導かれる表現

$$\gamma_m^{\mathfrak{sl}_n} : U_q(\mathfrak{gl}_m) \rightarrow \bigoplus_{\sum_{\alpha=1}^m i_{\alpha}=k, \sum_{\alpha=1}^m j_{\alpha}=k} \text{Hom}_{U_q(\mathfrak{sl}_n)}(S^{i_1} \otimes \dots \otimes S^{i_m}, S^{j_1} \otimes \dots \otimes S^{j_m}).$$

の構造を A_{n-1} 型変形 Webster 代数の両側加群圏に構成できることが期待される. 本年度もこのテーマに取り組む.

- (2) Khovanov-Lauda-Rouquier 代数が p -DG 構造を持つことから, Khovanov-Lauda-Rouquier 代数の部分代数として定義した一般型変形 Webster 代数 $W^{\mathfrak{g}}$ にも p -DG 構造を自然に導入できる. この p -DG 構造を用いて, 冪根の量子群の表現の構造の圏化が期待されるに取り組む.

- (3) 上記 (1)(2) は対称テンソル積に現れる構造を圏化する研究であった. 同様のことが反対称テンソル積の場合, つまり行列因子化の圏 HMF の場合にも構成できることが期待される.