研究計画

吉岡礼治

• 2d/4d(5d,6d) 対応

「研究成果」でも述べた通り、これまでに β 変形 A_{n-1} 型多行列模型の irregular 極限を考察し、同模型の持つ数理構造の一端を明らかにした。しかしながら、現状用いられている方法では、 無限大極限を取ることができるのは、$2n$ 個の質量パラメターのうちの 2 つのみであり、3 つ以上は不可能な構造であることが分かっている。これは $N_f \leq 2n-3$ の模型への上記の極限では、 ゲージ理論との対応においても重要なパラメターとして現れる行列のサイズが無限大になる困難に直面するためである。現在、この模型と深く関係しているスピン鎖の手法を用いた模型の変形により、この困難を解消させられることが判明しつつある。A_1 型 $(n=2)$ 模型において $N_f=1$ および $N_f=0$ の実現を目指したい。

また irregular 極限において現れるユニタリー行列模型についての研究も続けていきたい。これまでに拡張版 GWW 模型の相図を得て、ゲージ理論の Argyres-Douglas 特異点に対応する相転移線の特定に成功したが、最も簡単な場合の拡張に留まっている。結合定数を増やすことで更なる一般化が可能で、その性質を明らかにすることが必要である。行列模型における各相のゲージ理論としての意味など、両者の関係は不明な部分も多い。ユニタリー行列模型の研究を通じて、これらの関係解明への足掛かりとしたい。

2 次元共形場理論と 4 次元超対称ゲージ理論の間に成り立つとされる 2d/4d 対応 (AGT 対応) の拡張版である 2d/5d(6d) 対応 についての研究も進めていきたい。2d/5d 対応の 2d 側で現れる q-Virasoro/W_N 代数は、Ding-Iohara-Miki(DIM) 代数のレベル N 表現において現れることが知られていることから、この対応関係の背後で DIM 代数が大きな役割を果たしていると考えられる。また DIM 代数の楕円化の処方箋も知られており、これを用いれば 2d/6d 対応へ拡張させることができる。（楕円）DIM 代数の役割を明らかにし、2d/6d 対応の理解を更に深め、確立させたい。これにより、2d/4d(5d) 対応は、2d/6d 対応の特別な極限として統一的に理解できると期待される。

• テンソル模型

行列模型の自然な拡張として、テンソル模型が現れる。テンソル模型は低次元 AdS/CFT 対応との関連からも注目を浴びており、研究の進展が望まれる。これまで Op/FD/dessin 対応及び一般化 cut を用いて、テンソル模型の非自明なゲージ不変演算子の集合について研究してきた。dessin は 2 次元曲面上に埋め込まれたある種のグラフであるが、曲面の三角形分割の対応しており、幾何的意味を持つ。一方、cut 演算は一つの演算子から他の演算子を生成するが、同時に join 演算と合わせて Virasoro 拘束式の基本的な構成要素でもある。「研究成果」にも記載したように、Op/dessin 対応により cut & join 演算の dessin に対する作用も明らかになり、その 2 次元幾何的な意味も判明した。この成果をテンソル模型における Virasoro 拘束式の導出に向けて活用し、その性質の更なる解明を試みたい。

一方、dessin との対応はランク 3 のテンソル模型に限られているので、一般のランクに対する拡張の可能性を探る。またテンソル模型を超えた場の理論に対する Op/FD(/dessin) 対応の適用も視野に入れ、さらなる研究の進展を目指す。