研究成果

吉岡礼治

近年の研究テーマのうち、ユニタリー行列模型に関係する研究について以下記述する。

• 2d/4d 対応と irregular 極限

2d/4d 対応では、2 次元共形場理論 (CFT) の共形ブロックと 4 次元 $su(n)$ 超対称ゲージ理論のインスタントン分配関数が等価であると主張される。

ゲージ理論側において、本来の 2d/4d 対応では物質場の数が $N_f = 2n$ であるとされるが、物質場の質量無限大極限において、物質場の自由度が decouple し、$N_f < 2n$ の理論へと移行する。CFT 側においては、これと対応するものは irregular 共形ブロックとして知られている。一方、元々の共形ブロックと等価な β 変形行列模型は、irregular 極限において、log 型ポテンシャルを持つユニタリー行列模型へと変形する。これまでの研究では $n = 2$ に限定されており、一般の n、即ち多行列模型における irregular 極限はほとんど注目されていなかった。そこで、一般の n への拡張を行い、$N_f = 2n-1,\, 2n-2$ への irregular 極限の手法を確立させた。得られた $N_f = 2n-2$ 模型において、ゲージ群の Dynkin 図に基づく最大離散対称性を実現する物質場の質量関係式を得た。この関係式により与えられるパラメター領域において、対応する Seiberg-Witten 曲線の縮退が最大化することを示した。

上記の log 型ポテンシャル付きのユニタリー行列模型 ($n = 2,\, N_f = 2,\, \beta = 1$) では、適切な 2 重スケール極限におけるストリング方程式として、Painlevé II 方程式が現れる。この方程式の解は理論の自由エネルギーと関係する。この解における非摂動部分を調べ、その性質を明らかにした。この非摂動部分は、固有値の海から一つだけを有効ポテンシャルの極大値に持ち上げるときの仕事を求めることで、行列模型の直接の計算によって読み取ることもできる。得られた結果が係数も含めて一致することを確認した。

• ユニタリー行列模型と AD 理論

超対称ゲージ理論には、低エネルギー領域において Argyres-Douglas(AD) 理論のように元の理論の構成からは得られない非自明なものが含まれており、これらの低エネルギー理論がユニタリー行列模型で記述される。そこで、最も知られたユニタリー行列模型である Gross-Witten-Wadia(GWW) 模型を 2 つ結合定数を含むように拡張し、考察した。ユニタリー行列模型では固有値が円周上に分布し、結合定数の値によって分布 (相) が異なる。この時の相転移点における行列模型が AD 理論に対応していることが判明しており、相構造の探求はゲージ理論の立場からも興味深い。そこで、最も簡単な場合ではあるが、拡張版の GWW 模型の相図について調べ、それを決定することに成功した。得られた相図が図 1 であり、大きく分けて 3 種類の相と 1 つの 3 重点を持つ。縦軸 λ 上に存在するのが GWW 模型であり、横軸 τ を加えたことによって新たな相 (2-gap) が出現する。またこの模型の自由エネルギーを求め、各相転移線上で対応する AD 理論を特定した。特に図 1 の赤線上では、元の GWW 模型では現れない種類の AD 理論が出現することを示した。

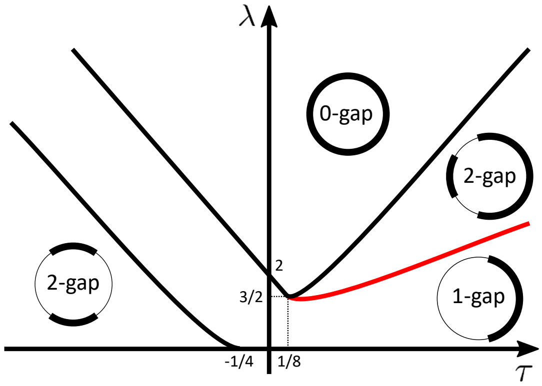

図 1: 相図。各相は固有値のない領域（gap）の数で分類でき、0-gap、1-gap、2-gap と名付けられている。各名称を囲んでいる円図は、固有値分布の様子を表す。3 重点 $(\tau, \lambda) = (1/8, 3/2)$ が存在する。