

今後の研究計画

これまでの研究を基盤として、以下の課題に取り組む予定である。

1. 稠密な g 扇を持つクラスター代数の完全な分類

現在までに、稠密な g 扇を持つクラスター代数の部分的な分類を行ったが、例外型 ($X_6, F_4^{(*,+)}$ など) の分類は未解明である。これらの例外型を分類し、稠密な g 扇をもつクラスター代数の完全な分類を目指す。特に、拡大アフィンルート系 [S85] を用いて、アフィン型の g 扇と Cambrian 扇の関係 [RS18] を拡大することで、例外型の g 扇を詳細に解析する。この研究の帰結として、 g 扇の稠密性を示す。

2. τ 傾理論における Tame 性の統一

τ 傾理論では、有限表現型の類似である τ 傾有限型 [DIJ19] は g 扇が完備になるという特徴を持つ。この特徴と定理 1 から、Tame 型の類似として、 g 扇が稠密になる多元環 (g -tame 多元環) を導入した。他にも τ 傾理論における Tame 型の類似として、 τ -tilting tame 性、 E -tame 性といった様々な概念が提案されており、Tame 性を統一的に理解する枠組みを構築することを目指す。

さらなる展望として、 τ 傾理論と導来圏の構造に関する理解をさらに深め、より一般の表現型における g ベクトル構造の幾何学的・組合せ論的記述を探求したいと考えている。特に、クラスター理論的な枠組みにおける変異の挙動と、対応する g ベクトル集合の変化の追跡を行い、その連結性や密度、さらには形状に関する一般的な性質を明らかにしたい。

また、 τ 傾理論と semi-invariant に関する最近の研究を踏まえて、安定性条件によって定まる壁部屋構造 (wall and chamber structure) の特性に注目し、トーリックな構造や超平面配置との関係についても追究する予定である。これは、表現論における空間的構造と組合せ論のさらなる統合を図る試みである。

これらの研究を通じて、 τ 傾理論を起点としながらも、導来圏・安定性条件・トポロジー・組合せ論など複数の分野を横断する研究を継続して展開していきたい。

参考文献

- [DIJ19] L. Demonet, O. Iyama, and G. Jasso. τ -tilting finite algebras, bricks, and g -vectors. International Mathematics Research Notices, 2019(3):852–892, 2019.
- [RS18] N. Reading and D. Speyer. Cambrian frameworks for cluster algebras of affine type. Transactions of the American Mathematical Society, 370(2):1429–1468, 2018.
- [S85] K. Saito. Extended affine root systems I (coxeter transformations). Publications of the Research Institute for Mathematical Sciences, 21(1):75–179, 1985.