

# 位相数学 1 演習教科書 15.4

AHA23038 田村一路

[示すこと:  $\bigcap_{k=1}^{\infty} B\left(a, \frac{1}{k}\right) = \{a\}$ ]

| [示すこと:  $\bigcap_{k=1}^{\infty} B\left(a, \frac{1}{k}\right) \subset \{a\}$  i.e.  $\forall x \in \bigcap_{k=1}^{\infty} B\left(a, \frac{1}{k}\right), x = a$ ]

| |  $\forall x \in \bigcap_{k=1}^{\infty} B\left(a, \frac{1}{k}\right)$ をとる

| | [示すこと:  $x = a$ ]

| | |  $x \neq a$ と仮定する

| | |  $x - a \neq 0$ だから  $\|x - a\| \neq 0$

| | |  $K = \frac{1}{\|x - a\|}$ とおく

| | |  $k_0 = [K] + 1$ とおくと  $k_0 \in \mathbb{N}$ で  $k_0 > K$

| | |  $x \in \bigcap_{k=1}^{\infty} B\left(a, \frac{1}{k}\right)$ だから  $x \in B\left(a, \frac{1}{k_0}\right)$

| | | このとき  $\|x - a\| < \frac{1}{k_0} < \frac{1}{K} = \|x - a\|$

| | | これは矛盾

| | | よって  $x = a$

| [示すこと:  $\bigcap_{k=1}^{\infty} B\left(a, \frac{1}{k}\right) \supset \{a\}$  i.e.  $\forall k \in \mathbb{N}, a \in B\left(a, \frac{1}{k}\right)$ ]

| |  $\forall k \in \mathbb{N}$ をとる

| | [示すこと:  $a \in B\left(a, \frac{1}{k}\right)$ ]

| | |  $\|a - a\| = 0 < \frac{1}{k}$

| | | よって  $a \in B\left(a, \frac{1}{k}\right)$