

16.1

$B(X) = \{ f : X \rightarrow \mathbb{R} \mid \text{ある } M > 0 \text{ が存在し、} \\ \text{任意の } x \in X \text{ に対し、} |f(x)| \leq M \}$

(1)  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto 3$  とおく.

$M = 3$  とする.

$\forall x \in X$  に対し  $(f(x)) = 3 \leq M$  かつ  
 $|f(x)| \leq M$  かつ

よって  $f \in B(X)$

したがって  $B(X) \neq \emptyset$

(2)  $f, g \in B(X)$  のとき

ある  $M_1, M_2 > 0$  が存在し、 $|f(x)| \leq M_1, |g(x)| \leq M_2$  かつ

$|f(x) - g(x)| \leq |f(x)| + |g(x)| \leq M_1 + M_2$

よって  $\{|f(x) - g(x)| \mid x \in X\}$  は上界  $M_1 + M_2$  が存在し、

71210ノストラスの定理より  $d(f, g)$  は 0 以上の実数である