

A1A 23035

月島浦 大智

問1.5. 二変数関数 $f(x, x_2) = \max\{x_1, x_2\}$ における閉区間 $I = (c, d)$ の f による逆像 $f^{-1}(I)$ が "c" の部分集合になるか答えよ。

$$f^{-1}(I) = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid (c < x_1 \vee c < x_2) \wedge (x_1 < d \wedge x_2 < d)\} \text{ である。}$$

$$\text{また } f^{-1}(I) \subset \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid (c < x_1 \vee c < x_2) \wedge (x_1 < d \wedge x_2 < d)\} \text{ である。}$$

$$\forall x := (a, b) \in f^{-1}(I) \text{ である。}$$

$$\text{よって } f(x) \in I \text{ である。 } \max\{a, b\} \in I \therefore c < \max\{a, b\} < d$$

$$\text{従って } c < a \vee c < b \text{ である。 } a, b \text{ の } \vee \text{ は } c < a \vee c < b \text{ である。 } \therefore c < a \vee c < b$$

$$\text{また, } a, b \text{ の } \wedge \text{ は } a < d \wedge b < d \text{ である。}$$

$$\text{よって } (c < a \vee c < b) \wedge (a < d \wedge b < d) \text{ である。 } x \in \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid (c < x_1 \vee c < x_2) \wedge (x_1 < d \wedge x_2 < d)\}$$

$$\text{よって } f^{-1}(I) \subset \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid (c < x_1 \vee c < x_2) \wedge (x_1 < d \wedge x_2 < d)\} \text{ である。}$$

$$\text{よって } f^{-1}(I) \supset \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid (c < x_1 \vee c < x_2) \wedge (x_1 < d \wedge x_2 < d)\} \text{ である。}$$

$$\forall x := (a, b) \in \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid (c < x_1 \vee c < x_2) \wedge (x_1 < d \wedge x_2 < d)\} \text{ である。}$$

$$\text{よって } a < d \wedge b < d \text{ である。 } \max\{a, b\} < d$$

$$\text{また, } c < a \text{ である。 } c < a \subset \max\{a, b\} \therefore c < \max\{a, b\}$$

$$c < b \text{ である。 } \text{同様に, } c < \max\{a, b\}$$

$$\text{よって } c < \max\{a, b\} < d \text{ である。 } f(x) \in I$$

$$\text{よって } x \in f^{-1}(I) \text{ である。 } f^{-1}(I) \supset \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid (c < x_1 \vee c < x_2) \wedge (x_1 < d \wedge x_2 < d)\}$$

$$\text{よって } f^{-1}(I) = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid (c < x_1 \vee c < x_2) \wedge (x_1 < d \wedge x_2 < d)\}$$