26.1 推移律を示す

$x,y,z\in X$ に対して $x\sim y$, $y\sim z \Rightarrow x\sim z$ を示す

$x\sim y$ より x と y を含む X の連結部分集合 A が存在する

よって A は連結であり、$x,y\in A$

$y\sim z$ より x と y を含む X の連結部分集合 B が存在する

よって B は連結であり $y,z\in B$

ここで $A\cup B$ が連結であることを示す

つまり $f: A\cup B\to\{p,q\}$ である連結写像 f が定値写像であればよい

A は連結より $f|_A: A\to\{p,q\}$ は連続かつ定値写像である

ここでは $y\in A$, $f|_A(y)=p$ としてよくて、このとき $f|_A$ は A 上に p を値にとる

また B も連結より $f|_B: B\to\{p,q\}$ は連続かつ定値写像である

ここで $y\in A\cap B$ であるため y について $f(y)=p$ となる、このとき $f|_B$ は B 上で p に値をとる

$f(y)=p$ となるため f は $A\cup B$ 上で p に値をとる定値写像である

よって $A\cup B$ は連結となり、$A\cup B$ は X の連結部分集合である

$\therefore x,z\in A\cup B$ より $x\sim z$ となるため、推移律は示された。