Aは連結なので、Aを含む任意の連結部分集合BがAに等しいことを示す。

$A \subsetneq B$と仮定する。ここで、$B = A \cup (B \setminus A)$, $A \cap (B \setminus A) = \phi$

Bの$\mathcal{O}$に関する相対位相$\mathcal{O}_B = \{ O \cap B \mid O \in \mathcal{O} \}$を考える。

AはXの開集合なので、$A \cap B \in \mathcal{O}_B$. $A \subsetneq B$より、$A \cap B = A \in \mathcal{O}_B$

∴ AはBの空でない開集合。

AはXの閉集合なので、$X \setminus A \in \mathcal{O}$　∴ $(X \setminus A) \cap B \in \mathcal{O}_B$

$(X \setminus A) \cap B = (X \cap B) \setminus (A \cap B) = B \setminus A \ (\because A \subsetneq B \subset X)$,

∴ $B \setminus A$はBの開集合で、$A \subsetneq B$より、空でない。

∴ Bが連結であることに矛盾。

したがって、Aは包含関係についてAを含む最大のXの連結部分集合。

つまり、AはXの連結成分 //