

問 2.1 (a)

$X = \{x \in \mathbb{R} \mid \forall n \in \mathbb{N}, x \neq \frac{1}{2^n}\}$ は開集合か

X 上の点 0 について考える

$\forall \varepsilon > 0$ をとる

このとき $\exists n \in \mathbb{N}$ s.t. $n > \log_2 \frac{1}{\varepsilon}$

つまり $0 < \frac{1}{2^n} < \varepsilon$

$\frac{1}{2^n} \in B(0; \varepsilon)$ より

0 は X の内点でないのよ

X は \mathbb{R} の開集合でない