

問 2.3

$X^i$  は  $X$  に含まれる最大の開集合であることを示す。

すなわち、任意の開集合  $O \subset X$  に対し、 $O \subset X^i$  であることをいえばよい。

まず、 $X$  の内部  $X^i$  は開集合である。

$\forall \mathbf{a} \in O$  をとる。

$O$  は開集合なので、 $\exists \epsilon > 0$  s.t.  $B(\mathbf{a}; \epsilon) \subset O$

このとき  $O \subset X$  なので、 $B(\mathbf{a}; \epsilon) \subset O \subset X$

ゆえに、 $\mathbf{a}$  は  $X$  の内点である。

すなわち  $\mathbf{a} \in X^i$  なので、 $O \subset X^i$  が成り立つ。

よって  $X^i$  は  $X$  に含まれる最大の開集合である。  $\square$