

位相数学 1 演習 3.5

AHA23038 田村一路

$X \subset \mathbb{R}$: 上に有界

$a = \sup X \neq \max X$

[示すこと: a は X の集積点 i.e. $\forall \varepsilon > 0, B(a, \varepsilon) \cap (X \setminus \{a\}) \neq \emptyset$]

| $\forall \varepsilon > 0$ をとる

| [示すこと: $B(a, \varepsilon) \cap (X \setminus \{a\}) \neq \emptyset$ i.e. $\exists b \in \mathbb{R}: b \in B(a, \varepsilon) \cap X \setminus \{a\}$]

| | a は X の上限だから $\exists b \in X \subset \mathbb{R}: a - \varepsilon < b \leq a$

| | [示すこと: $b \in B(a, \varepsilon) \cap X \setminus \{a\}$]

| | | $a - \varepsilon < b \leq a$ だから $|a - b| < \varepsilon$

| | | よって $b \in B(a, \varepsilon)$

| | |

| | | a は X の上限だが最大値でないので $a \notin X$

| | | よって $X = X \setminus \{a\}$

| | | $b \in X$ だから $b \in X \setminus \{a\}$

| | |

| | | したがって $b \in B(a, \varepsilon) \cap X \setminus \{a\}$