

4.2 (\Rightarrow) $Y \in \mathcal{O}_x$ とする

このとき $\exists O \in \mathcal{O}_{\text{spa.}}$ $Y = O \cap X$

O, X は \mathbb{R}^n の開集合なので Y は \mathbb{R}^n の開集合

つまり $Y \in \mathcal{O}$

(\Leftarrow) $Y \in \mathcal{O}$ とする

$O := Y$ とおくと $O \in \mathcal{O}$

$X \supset Y$ より $X \supset O$

よって $Y = O = O \cap X$

つまり $Y \in \mathcal{O}_x$