2-4

$\forall \alpha=(a,b)\in X_4^c$ をとる

α は $a\neq 0$ より $\varepsilon := \frac{|a|}{2}$ とすると $\varepsilon>0$

$B(\alpha;\varepsilon)=\left\{(x,y)\,\middle|\,\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}<\frac{|a|}{2}\right\}$ と書ける

$\forall \gamma=(m,n)\in B(\alpha;\varepsilon)$ をとる

$\gamma\in B(\alpha;\varepsilon)$ より γ は $\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}<\frac{|a|}{2}$ をみたす

ここで $X_4^c=\{(x,y)\mid x\neq 0\}$ であり

(i) $a>0$ のとき

$0<a-\frac{|a|}{2}<m$ より $B(\alpha;\varepsilon)\subset X_4^c$

(ii) $a<0$ のとき

$m<a+\frac{|a|}{2}<0$ より $B(\alpha;\varepsilon)\subset X_4^c$

したがって (i),(ii) より $B(\alpha;\varepsilon)\subset X_4^c$

開集合の定義から X_4^c は $\mathbb{R}^2$ の開集合

X_4^c が開集合なので X_4 は $\mathbb{R}^2$ の閉集合

ここで $\forall \beta=(0,c)\in X_4$ をとる

$\forall \varepsilon'>0$ をとると $B(\beta;\varepsilon')$ が考える

$\delta=(-\frac{\varepsilon'}{2},c)\in B(\beta;\varepsilon')$ は $\delta\notin X_4$ より

$B(\beta;\varepsilon')\not\subset X_4$ より開集合の定義より

X_4 は $\mathbb{R}^2$ の開集合でない

以上より X_4 は $\mathbb{R}^2$ の閉集合であり開集合でない