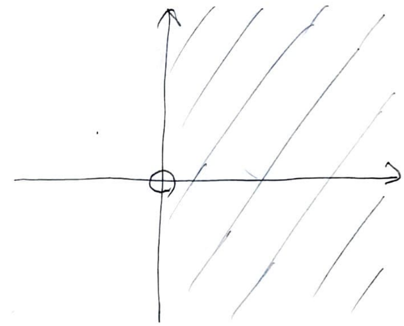
$X_7 = X_6 \setminus \{(0,0)\}$

$= \{(x,y) \mid x \geq 0\} \setminus \{(0,0)\}$ は$\mathbb{R}^2$の開集合か閉集合か



開集合の定義

$^\forall a \in X_7,\ {}^\exists \varepsilon > 0$ s.t. $B(a;\varepsilon) \subset X_7$

閉集合の定義

$^\forall a \in X_7^c,\ {}^\exists \varepsilon > 0$ s.t. $B(a;\varepsilon) \subset X_7^c$

$^\forall a = (0,y) \in X_7$ をとると

$(0,0) \notin X_7$ より

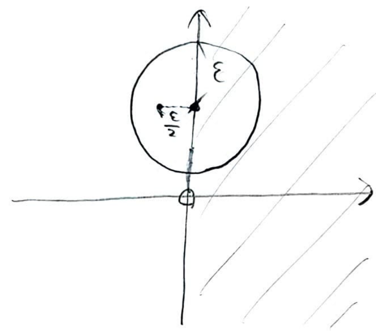
$y \neq 0$

$^\forall \varepsilon > 0$ をとると

$(-\frac{\varepsilon}{2}, y) \in B(a;\varepsilon)$ だが、

$(-\frac{\varepsilon}{2}, y) \notin X_7$ なので

$B(a;\varepsilon) \cap \mathbb{R}^2 \not\subset X_7$



∴ X_7は$\mathbb{R}^2$の開集合ではない □

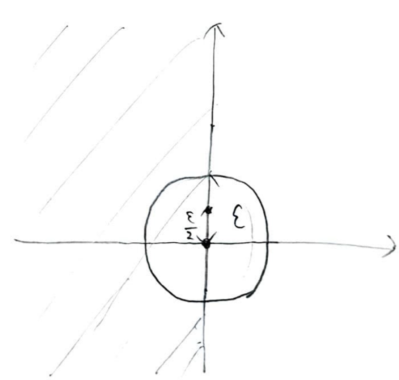
$a = (0,0) \in X_7^c$ について

$^\forall \varepsilon > 0$ をとると

$(0, \frac{\varepsilon}{2}) \in B(a;\varepsilon)$ だが

$(0, \frac{\varepsilon}{2}) \notin X_7^c$ なので

$B(a;\varepsilon) \cap \mathbb{R}^2 \not\subset X_7^c$



∴ X_7^cは$\mathbb{R}^2$の開集合ではない

∴ 閉集合の定義より

X_7は$\mathbb{R}^2$の閉集合ではない □