平成１８年度　修士論文

日周潮汐力によるエウロパの氷殻の変形と線状地形について

大阪府立大学　大学院　工学研究科
電子・数物系専攻　数理工学分野
非線形力学研究グループ
学籍番号　２０５０１０３００８３

小原　祥嵩

２００７年2月

目 次

第1章　はじめに

約１３７億年前、ビッグバンにより誕生したと考えられている宇宙。はるか昔から人間は夜空を見上げ宇宙の謎に思いをはせてきた。第二次大戦後には冷戦状態のアメリカ、ロシア（旧ソ連）がこぞって宇宙開発に乗り出し、1969年にはアポロ11号によって人類はついに月に降り立った。その後も人類の好奇心はとどまることを知らず、今や宇宙ステーションの建設が進められ、民間人の宇宙旅行も実現される時代になった。しかし科学が発展してきている現在でさえ、宇宙に対して我々人類が知り得た事はわずかであり、宇宙は未知の領域が多く今後もますます学術的見地からまた工学的観点、あらゆる点において非常に興味深い。

本研究では木星の衛星の一つエウロパに焦点をあてるのであるが、その前にエウロパの母天体である木星に対して我々人類が行ってきたアプローチを概観しよう。まず1973年12月にパイオニア10号が、さらにその一年後に11号がフライバイに成功。1979年3月にはボイジャー１号、7月に2号がフライバイ。1995年12月7日にガリレオ探査機が木星を周回する軌道に乗り、ガリレオ衛星とアマルテアへのフライバイを繰り返した。ガリレオ探査機は7年以上もの長期間の探査の後、木星へ突入した。続くカッシーニは2000年に木星をフライバイし、土星へ進路をとった。さらに今後2010年には新たな木星の衛星を探る探査機 Jupiter Icy moons orbiter の打ち上げが予定されている。

木星探査に伴って、木星それ自身だけでなくその周りの衛星も盛んに研究されている。木星の衛星は63個確認されており、その中でも最も大きい４つの衛星ガニメデ（Ganymede)、カリスト（Callisto)、イオ（Io)、エウロパ（Europa）は1610年にイタリアのガリレオ・ガリレイによって初めて発見されたことからガリレオ衛星と呼ばれている (図1.1)。ガリレオ衛星は個性に富んだ衛星であり、どれを取っても研究対象として非常に魅力がある。その中でもエウロパはボイジャーやガリレオ探査機による観測を通して薄い氷の地殻をもった天体でありその氷地殻下には海が存在しているのではないかと考えられている。多量の水をたたえたこの星に、研究者達は地球以外の星での生命の存在を確認できるのではないか、という期待をいだいている。エウロパを特徴付けるのはその海の存在だけではない。エウロパの周りを飛んだボイジャー１号、2号およびガリレオ探査機はその表面上に無数の引っ掻き傷のようなものが写った画像を送ってきた。この引っかき傷は地球上からも観測でき、あのガリレオも当初からこの傷を観測していた。当時の人々は木星人の落書きではないかなどと言ったりしたようだが、もちろん現在の研究者たちは木星人の仕業だとは当然思っていない。この無数の引っかき傷はエウロパの表面地形であり、氷地殻の亀裂であろうというのが有力な説である [1][2]。

この表面地形が研究者達の興味をそそるのは単にそれが他の天体では観測されていない稀有な形をしているからということだけではない。エウロパやその他の惑星・衛星など内部構造に関する情報が乏しい天体にとっては、その表面地形の形成メカニズムなどを考察

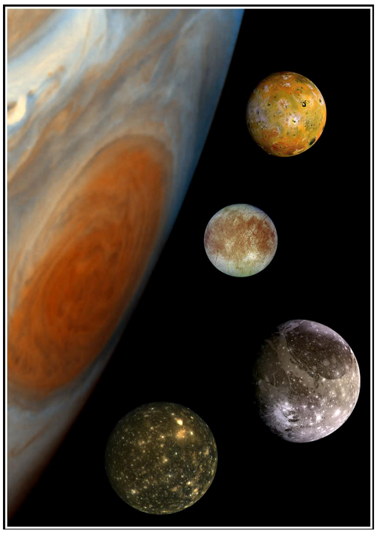

図 1.1: 木星とガリレオ衛星（Ganymede,Callisto,Io,Europa）

することはひいては未知の内部構造を推し量る重要なファクターになるからである。

本論文はこのエウロパの表面地形の形成メカニズムに着目し、数値シミュレーションを用いてこのメカニズムの解明を試みるものである。次節でこのエウロパについて説明する。

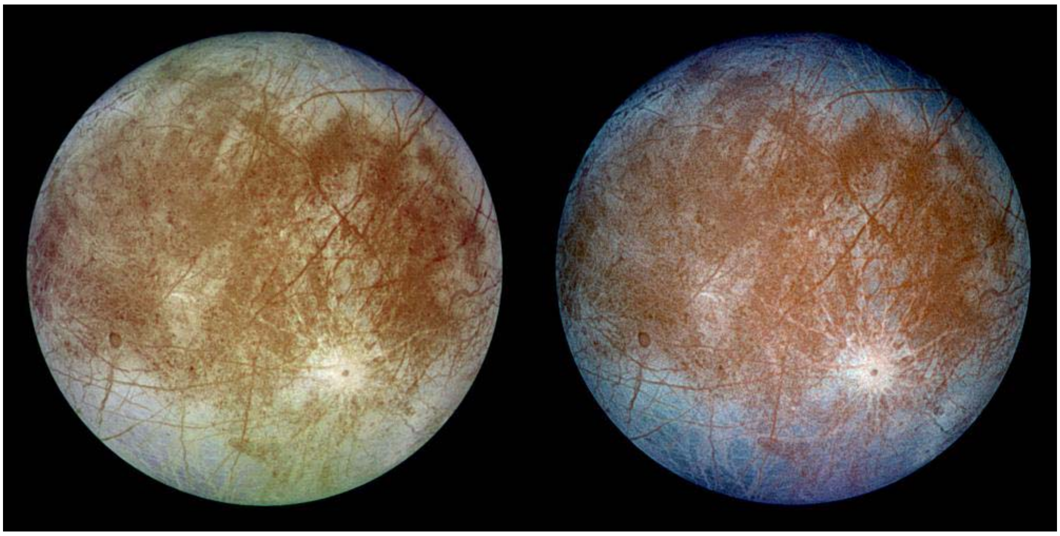

図 1.2: エウロパの進行方向と反対側の半球（trailing hemisphere）。 左図:実際のエウロパの色。右図:左図の色を強調した図。図の中央は経度約 290 度。中央よりわずか右側の大きな X 模様の領域は *Conamara region* と呼ばれ、trailing hemisphere の中央より少し北にあり経度 270 度に位置する。経度は木星方向が 0 度である。Conamara region の真南に位置するクレーターは *Pwyll* と名付けれている。

1.1　エウロパについて

エウロパ (Europa) は木星の内側から 2 番目の衛星で、多様な表面地形をもち、また地表面下に全球規模の H_2O の海の存在が示唆されていることから生命の存在も期待されている。今日までにボイジャー 1, 2 号及びガリレオ探査機によって、エウロパに対する種々の情報が得られている。1979 年に木星に最接近したボイジャーはエウロパ表面の無数の線状模様や斑点状のシミのような地形等を観測した。次に 1995 年に木星へ到達したガリレオ探査機はさらに高解像度の画像を撮影し、エウロパ表面の変化に富む地形を明らかにした（図 1.2、1.3）。

観測データ等からエウロパの地殻は $H_2\mathrm{O}$ の氷で出来ていて地殻の最下層は水和したシリケイトであると考えられていて、この氷地殻の厚さは〜150km と見積もられている。地殻の厚さは本研究ではモデルのパラメータを決定する重要な要因となる。潮汐加熱の効果から多量の H_2O の層が存在していると推測されている。これらは慣性モーメントや磁場の測定によって推定することができる。しかし地殻の厚さやその内部構造の詳細を決定できる直接的な情報は得られていないため、厚い地殻モデルや薄い地殻モデルなどが提唱され議論がなされている（図 1.4）。

このように内部構造の情報に乏しいエウロパにとって表面地形の形成メカニズムを考えることは、内部構造を推し量る上でも非常に有効であるため、表面地形の形成メカニズムの研究も少数ながら行われている。

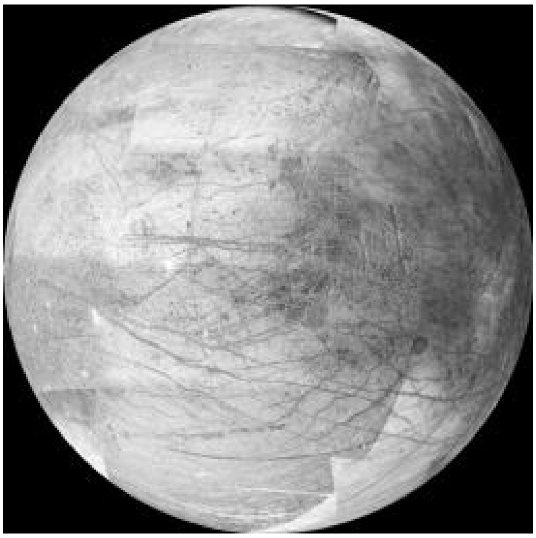

図 1.3: 木星方向の半球（経度０度)。東（右）側と西（左）側の赤道付近の暗い部分にはカオス地形が多く存在している。西側の縁付近の明るい白い点はクレーターによる噴出物であり比較的時間の経っていないものである。

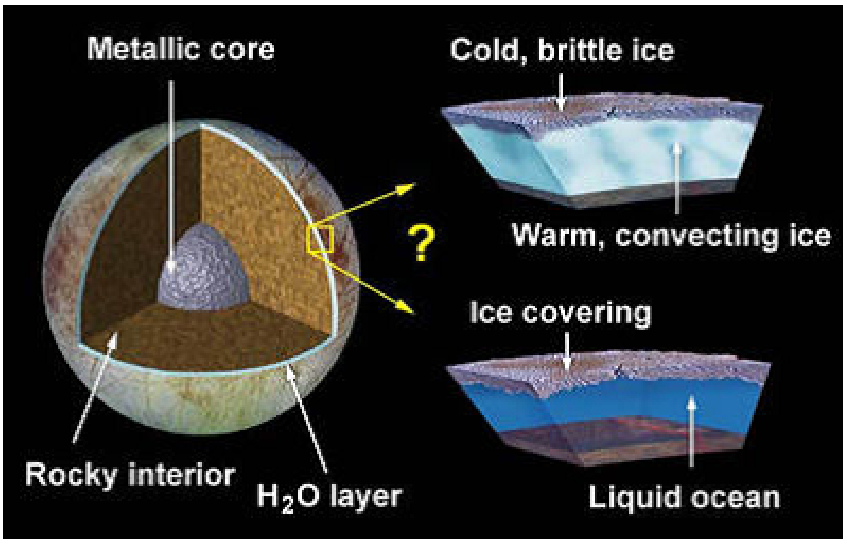

図 1.4: エウロパの内部構造諸説。下図：厚い地殻モデル、上図：薄く割れやすい地殻モデル

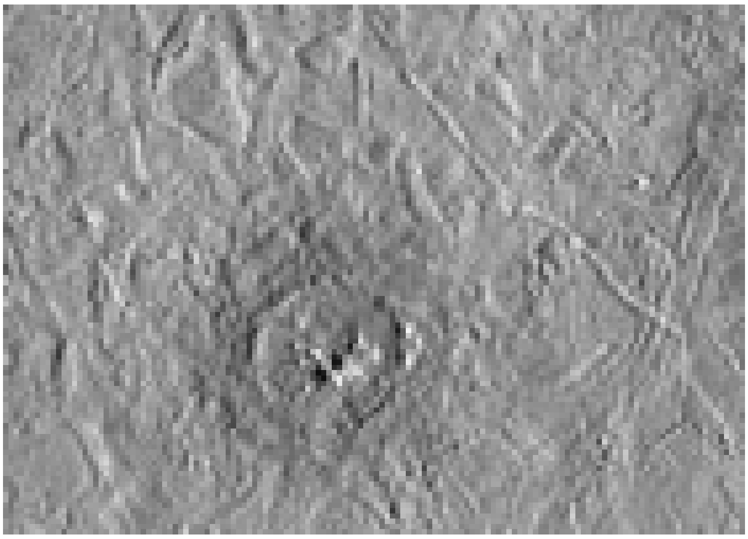

図 1.5: 衝突（クレーター）地形:クレーター *Pwill*。南緯 26 度、西経 271 度、直径 26km。クレーターの中央とその周辺の黒い物質は地表から数 km 下から噴出したものである。

1.2 エウロパの表面地形

エウロパの表面には全球的に線状の模様や斑状の模様、そしてクレーターが観測されている。その形状からそれぞれ**衝突 (クレーター) 地形**、**斑状崩壊 (カオス) 地形**、**線状 (リニア) 地形**に分類されている（図 1.5、1.6、1.7、1.8）。以下で、それぞれの地形について詳細に見ていこう。

まずクレーターであるが、他の多くの固体天体ではこのクレーターは普遍的に存在しているのに対し、エウロパの表面には大きなクレーターはあまり存在しない。ガリレオ探査機の画像より表面全体のクレーターの数は直径 10km 以上のものが約 80 個、20km 以上のものは約 20 個程度と見積もられている。エウロパ表面にあまりクレーターが存在しないのは、エウロパの内部構造がその表面地形の変形を緩和し大部分を消し去っているためであると考えられている。

次にカオス地形は表面の一部が多角形や楕円形状に変形・崩壊した地形を指し、表面全体に分布している。カオス地形の形成メカニズムとして「ダイアピルモデル」や「局所融解モデル」などが提唱されている。

最後に線状地形はエウロパ上で最も多く観測されている地形で、その形状から大きくリッジとバンドの二種類に分類される。リッジは線状に隆起した山脈状の地形（図 1.7）で、バンドはリッジよりも特に幅の広い地形（図 1.8）をいう。線状地形の中には直線形のものやサイクロイド形（図 1.9、1.10、1.11）のものなど様々な形が見られる。これが冒頭で述べた「ひっかき傷」である。この線状地形はなんであろうか。

線状地形についていくつかの説が提唱された。中でもこの線状地形は氷地殻の亀裂であるという説が有力である。そしてこの亀裂を引き起こす要因として木星から受ける**日周潮汐力**が考えられるとした説が提唱されている [3]。 これはエウロパが公転周期 85 時間をもって木星の周りを楕円軌道を描きながら運動する時に、潮汐力を受けた地殻が変形し、

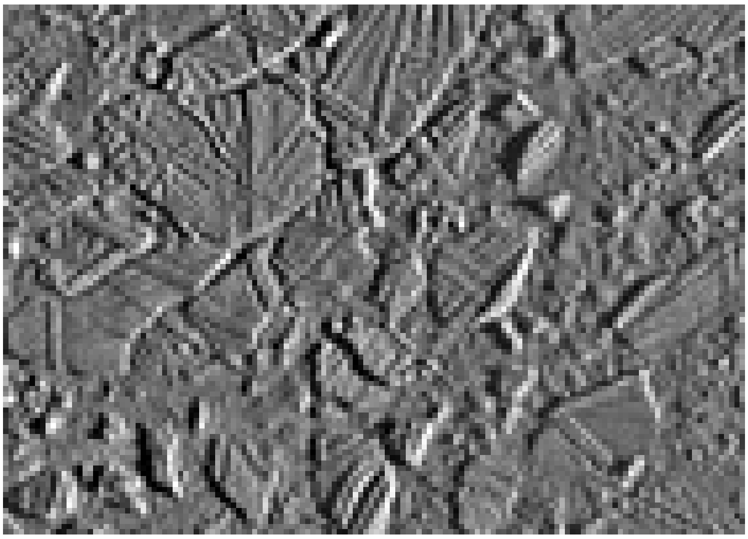

図 1.6: 斑状崩壊（カオス）地形:北緯 9.4 度、西経 274 度。各断片の大きさは幅約 13km。地球の極付近に見られる流氷のように、ばらばらになった氷地殻が浮動していると考えられている。

図 1.7: 線状（リニア）地形：リッジ。図の中心は北緯 14.8 度、西経 273.8 度で trailing hemisphere 上、*Conamara* の真北になる。幅約 2.6km、高さ約 300m

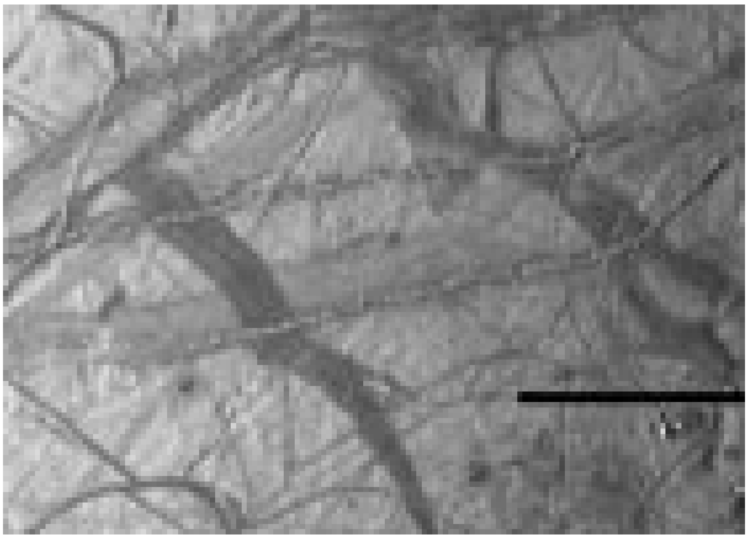

図 1.8: 線状（リニア）地形：バンド。図の中心は南緯 16 度、西経 196 度。図は縦 238km、横 225km の領域を写したもの。黒色の部分はエウロパ内部から噴出したものが堆積していると考えられている。

この変形によって表面に生じた応力が地殻の強度を超えたときに亀裂が生じリッジを形成するというものである。

以上、簡単にエウロパ表面に見られる地形を大別したが、表面地形の考察はエウロパの内部構造を知る上でも重要であることを再度強調しておく。次節で表面地形の中でも特にサイクロイド状地形について取り上げる。

1.3 サイクロイド状地形

本節では本研究で着目するサイクロイド状地形について説明する。サイクロイド状地形が描く曲線は厳密な意味でのサイクロイドではないが、サイクロイドに似た形を持つことからそのように呼ばれることもある。本論文ではサイクロイド状地形という名称を使う。サイクロイド状地形は International Astronomical Union によって「**flexi**」という名称がつけられている。この地形は全球上に分布しているが特に中高緯度に多く観測されている。その形状はいくつもの円弧状の曲線が連なった形で、典型的なサイクロイド状地形の一つの' 弧' の長さは最大で〜100km である。そして〜$1,000$km もの長さを持ってエウロパ上に分布している。各円弧状の部分の接続部はカスプ（cusp）状である。その進展方向はカスプが南に向いているサイクロイド状地形はエウロパ表面を西から東に向かって進展していて、カスプが北を向いているものは逆方向に進展していると考えられている [3]。

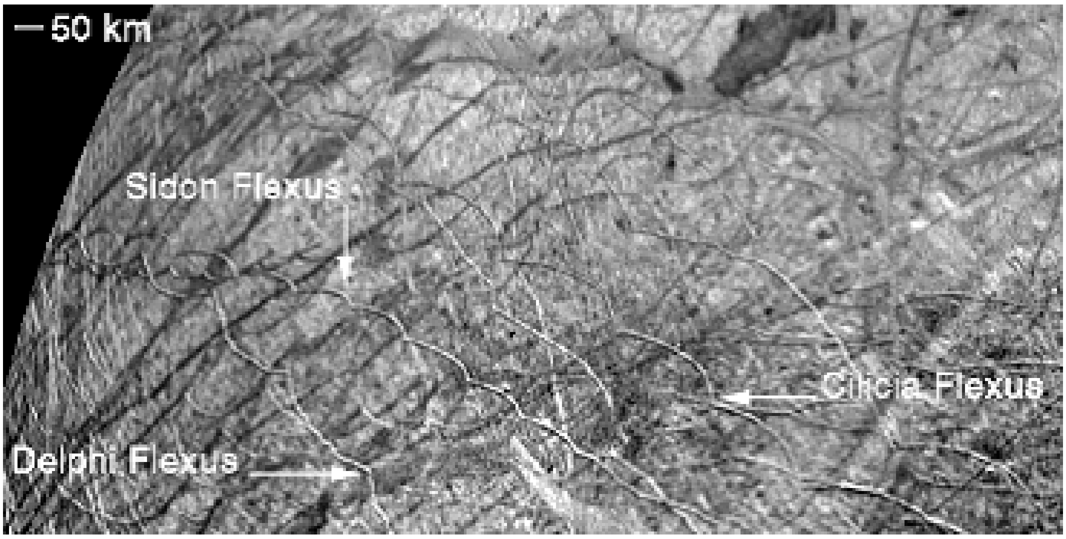

図 1.9: サイクロイド状地形 1:ボイジャーによって撮影された画像。場所は南極付近（南緯 58 度、西経 166 度）。

図 1.10: サイクロイド状地形 2:北半球のサイクロイド状地形。二重のリッジになっている。北緯 60 度、西経 80 度

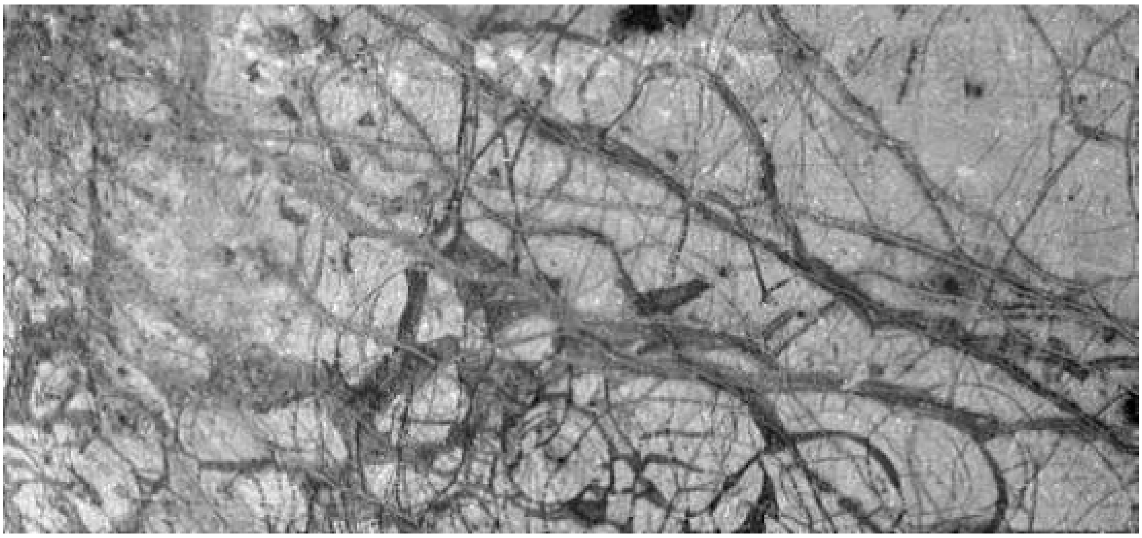

図 1.11: サイクロイド状地形 3

1.4 研究目的

リッジが破壊による氷殻の亀裂だとすれば、その規則的なパターンは我々にシステマティックな形成メカニズムを想起させる。エウロパはその表面をいろどる種々の地形や、生命の存在を想像させる氷殻下の海の存在などから研究対象として注目を集めている。その中でもエウロパの表面地形、特にここではその形成メカニズムについて述べた先行研究を紹介しておく。

Hoppa らは表面の線状地形は潮汐力によってできた亀裂であり、サイクロイド状地形は時々刻々と方向、大きさを変える潮汐力によって形成されると主張している。彼等は亀裂形成開始の臨界応力・亀裂を進展させるために必要な応力・亀裂の伝播速度を仮定し、エウロパが一周公転するごとにサイクロイド状地形の一つの弧ができることを示した [3]。

また Greenberg らは亀裂が潮汐力の変化に伴って何度も開閉するうちに徐々にリッジへと成長していくシナリオについて議論するのと同時に、木星がエウロパ表面に及ぼす潮汐力の応力分布を解析的に求め、その主応力の方向と現在エウロパ表面で観測されている地形を重ね合わせ、サイクロイド地形の主成因としての日周潮汐力の妥当性を主張している。また彼等はその応力分布図が現在の地形とぴったり重なるためには経度方向にずらす必要があることから、非同期回転の存在にも言及している [2]。リッジの成長については Nimmo らはダイアピルモデルを提唱している [4]。

天体表面に加わる潮汐力を解析的に求める手法については Takeuchi によってよく研究されている [5] が、亀裂が発生しそれが進展していくような天体表面の応力分布を解析的に求めることは出来ない。したがって本研究ではこのサイクロイド状地形は日周潮汐力によってできた氷地殻上の亀裂であるという説 (Hoppa et al.) を採り、エウロパの氷地殻を弾性的な振る舞いをする球面状の格子で近似し、潮汐力を周期外力として印加した場合の挙動を数値シミュレーションによって調べ、破壊条件を与えたときに亀裂によって線状地形を形成することができるかどうか明らかにすることを目的とする。

また、モデルのパラメータを系統的に変化させ、各々の場合の球殻の挙動を観測することによってエウロパの構造を推測する上で重要な測定量を見いだすことにも重点を置く。

本論文の構成は以下の通りである。第２章では、本研究におけるエウロパの数値モデル化の考え方およびその具体的な方法を示している。第３章では、シミュレーションの際に使った二つのモデルとその結果についてまとめている。そして第４章で、本研究で得られた結果をまとめ、今後に残る課題について述べる。また付録の頁には、エウロパのデータ、Delaunay 型格子構築の方法、エウロパと木星の相対運動についてそれぞれまとめている。

第2章　モデル

本章ではエウロパの構造と運動のモデル化の方法を説明する。具体的には各下記の項目について述べる。

- 線状地形は氷殻に出来た亀裂であり、サイクロイド状の亀裂は木星からの日周潮汐力によって形成される（2.1 節）
- 非同期回転（自転と公転の周期のずれ）の効果は考えない（2.2 節）
- エウロパの氷殻を弾性体とみなし、氷殻断片を緩和項を持つ弾性相互作用をさせる（2.3 節）
- 弾性相互作用および潮汐力を考慮して氷地殻断片のしたがう運動方程式を立てる（2.4 節）
- 破壊のメカニズムを導入する（2.5 節）

以下の節で各項目を説明する。

2.1　亀裂形成のメカニズム

エウロパの表面に観測されているサイクロイド状地形を含む線状地形は氷殻の亀裂であると考えられていて、主に木星がエウロパ表面に及ぼす潮汐力がその主要因であるとされている。しかし氷殻の強度を決める一因でもあるその厚さに対しての正確な値は分かっておらず、数 km から数十 km と諸説あるのが現状であるが、最大の厚さに対しても潮汐力がエウロパの氷地殻を破壊するのに十分な大きさをもつことは Hoopa らによって示唆されている。

また特にサイクロイド状地形についてはそれがいくつも弧をつなげたような形をしているため、その周期構造の原因を周期的な力にもとめるのは自然なアイデアであろう。ではどのようにして氷殻の亀裂がサイクロイド状の地形に発展するのであろうか。それに対しては Hoppa らによって次のようなシナリオが提唱されている。

まず日周潮汐力による引張応力が氷殻の限界値を超えると、その地点の引張応力の方向に垂直な向きに亀裂が出来る。エウロパが木星の周りの公転軌道を周回するにつれて、亀裂は時々刻々とその方向および大きさを変化させる引張応力によって弧を描きながら進行し、引張応力がそれ以上氷殻を割ることが出来ない状況になったときに止まる。一度停止した亀裂は再度その地点の引張応力が氷殻を割るのに十分な大きさに達したときにま

た亀裂の進行を始める。 この一連のサイクルが周期 85 時間の公転の間に行われるというシナリオである。

本研究ではすでに書いたようにモデル化したエウロパに周期外力（潮汐力）を実際に与え、エウロパがどのように変形するのかを調べ、このシナリオどおりにサイクロイド状の地形が形成されるのかを検証する。

2.2 非同期回転

非同期回転とは衛星がその自転周期と公転周期が一致しない状態で運動していることをいう。一般的に天体はその形成過程初期では母天体に対しては非同期回転をしている。しかし内部エネルギーの散逸等によって徐々にその自転周期は公転周期に近づいていく。たとえば月はすでに非同期回転の時期を終え、自転周期と公転周期が一致した状態で運動している（同期回転)。月が常に地球に対して同じ面を向けて運動していることを思い出していただきたい。

エウロパについては現在に至るまで非同期回転をしているという直接的な証拠は観測はされていない。しかしその存在を主張する説もある。というのも木星からの潮汐力がエウロパ表面に作る応力分布図は現在観測されている線状地形とは一致しないが、応力分布図を経度方向に回転するとその主応力の方向は現在の線状地形に重なることが Greenberg らによって主張されている。これによって彼等はエウロパは現在も非同期回転していていると主張している。彼等が非同期回転の存在を主張するもう一つの理由は、非同期回転によってエウロパに引き起こされる潮汐力の効果は日周の潮汐力の 30 倍の大きさにもなり、氷殻の亀裂形成のきっかけを作る要因であるというものだ。

エウロパが非同期回転をしているかどうかについての結論は未だ出ていないがエウロパが非同期回転をしていたとしても、そのタイムスケールは Greenberg らによると 10^4 年から表面のクレーター年代の間であり、サイクロイド状地形形成のタイムスケールを 85 時間だと仮定すると、それに対してはるかに長いため、本研究にたいするその影響は無視できるほど十分に小さいと考えた。いよいよ次でエウロパ氷地殻のモデルを考えよう。

2.3 緩和型弾性球殻モデル

一般に固体天体は弾性的変形と粘性的変形の両方の性質を持ち得る。例えば地震波のように短いタイムスケールを持った力に対しては弾性的な振る舞いを見せるが、プレートの移動などの非常に長いタイムスケールを持った力に対しては粘性体のように振舞うことはよく知られている。このように、加えられる力の種類に応じて弾性と粘性の両方の振る舞いを示す力学的モデルが必要である。そこで本研究の基本モデルは、弾性としては歪と応力が比例する Hooke 型、緩和項としては、速度に比例した Stokes 型粘性項を付与した**緩和型弾性体**を考える。この緩和型弾性体としてのエウロパの球殻は木星からの潮汐力を受けて変形する。

具体的なモデル化の手順は以下の通り。

(1) 球面上に一様一定密度で点を分布させる

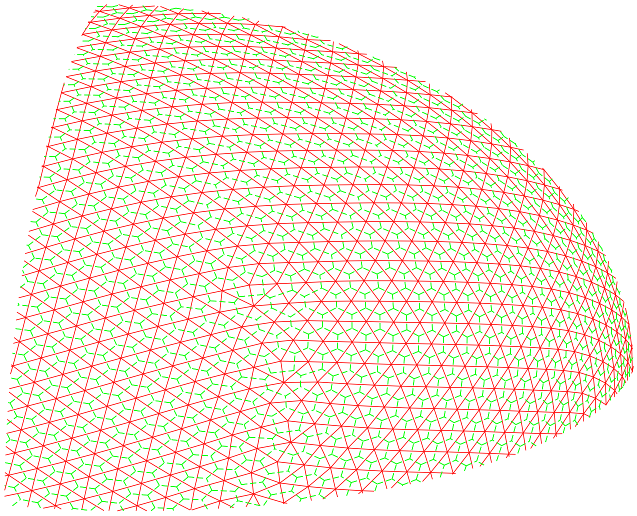

図 2.1: Delaunay 型格子（赤）と voronoi 格子（緑）

(2) 各点を母点とする **Delaunay 型格子**を組む

(3) Delaunay 型格子に双対な **Voronoi** 分割の構成

(4) 分割された Voronoi セルを一枚の地殻断片とし、弾性項、緩和項、潮汐力項を考慮して地殻断片に対する運動方程式を立てる

(5) 破壊条件をあたえ、周期外力及び各点同士の相互作用による格子の変形の様子を調べる

Delaunay 型格子とは与えられた母点群の近接三点同士を結んでできる格子であり、それにたいして Voronoi 分割（格子）は Delaunay 型格子に双対な格子で、Delaunay 型格子の各ボンド（母点を結ぶ線分）の垂直二等分線の交点を母点群として近接三点を結んだ格子のことである（図 2.1）。

一様に分布した母点群から構築した格子は異方性を排除できるという大きな利点がある。しかしシミュレーションの計算効率を考慮すると、全くランダムな母点群を用いるよりは間隔がある程度揃っている方がよい。したがって本研究では、格子を構成する母点は球面上に、その間隔がほぼ問う間隔になるような条件下で分布させている（詳細は付録 C.1.1 を参照)。

また実際のエウロパはその氷殻下に豊富な水をたたえているという事実を示唆するデータが得られており、氷殻の変形に対しては内部の流体からの応答が当然存在するものと考

えられるが、本研究ではその内部流体からの応答は考えておらず、内部にはなにも入っていない氷殻の変形の様子を調べることになる。

2.4 運動方程式

本節では二次元緩和型弾性体がしたがう運動方程式を示す。球面上の N 個の母点は以下の運動方程式に従い、周期外力（潮汐力）下で他の母点と相互作用する。また各母点の質量はその母点を囲む voronoi-cell の面積に比例した値を与えている。つまり我々のモデルは氷殻を一枚のプレートではなく母点数 N に等しい数の断片に分けて、それらを相互作用させている。運動方程式としては次の形のものを考える。m_i を i 番目の地殻片の質量、r_i をその座標とすると

$$m_i\ddot{\vec{r}_i} = \vec{F}_i^{el} + \vec{F}_i^{d} + \vec{F}_i^{ext}. \tag{2.1}$$

$\vec{F}_i^{el}, \vec{F}_i^{d}, \vec{F}_i^{ext}$ はそれぞれ弾性項、緩和項、外力項を表している [10]。
弾性項は

$$\vec{F}_i^{el} = -\sum_{j\in n(i)} k(|\vec{r}_i - \vec{r}_j| - l_{ij})\frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}, \tag{2.2}$$

ここで、 k はばね定数、l_{ij} は母点 i, j 間のボンドの自然長である。$n(i)$ は i と繋がっている母点の集合を表す。
緩和項は

$$\vec{F}_i^{d} = -\gamma\dot{\vec{r}_i}, \tag{2.3}$$

であり、 γ は減衰定数である。
外力項（潮汐力）は後述する潮汐ポテンシャルの時間振動成分を U として

$$\vec{F}_i^{ext} = -\nabla_i U. \tag{2.4}$$

と表せる。

2.4.1 潮汐力

本小節では潮汐力の説明及び本研究で用いた潮汐力の式を導出する。潮汐力とは有限の大きさをもつ物体が重力によって引き合うときに発生する力である。
動いている物体の重心では重力と遠心力のつりあいが成り立っているが、重心以外の点ではこれらの力はつりあわないために、物体内部に物体を引き千切ろうとする力が働く。そのメカニズムは以下のように考えられる。物体 A の中で他の物体 B に近い部分には重心よりも強い重力が働くので、そこでは A は B に引っ張られる。一方、重心より遠くの部分では重力は重心よりも弱くなる。そしてその部分の物質に働く遠心力の方が大きくなり、このために A は外へ逃げようとする。その結果、A を引き千切るような力が発生する。この潮汐力にはポテンシャルが存在する。

以下でエウロパ表面の任意の点における潮汐ポテンシャルを導出しよう。その手順は (1) はじめにエウロパと木星を固定した場合での潮汐ポテンシャルを導出し、次に (2) エ

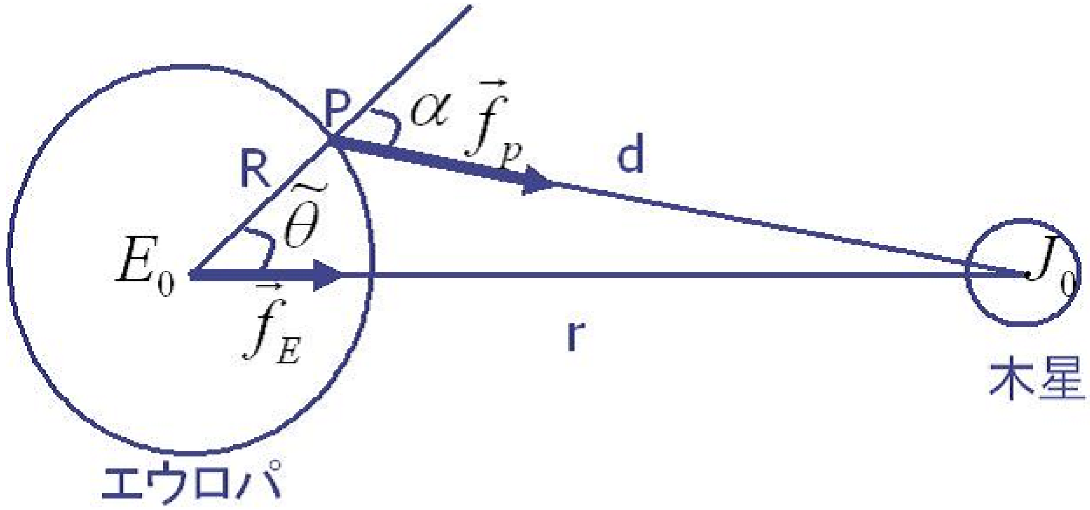

図 2.2: エウロパと木星を固定した時の潮汐力の計算図:エウロパの中心は E_0、木星の中心は J_0、両点の距離は r、J_0 から P までの距離は d、エウロパの半径は R である。E_0 点と P 点に働く引力をそれぞれ f_E、f_P とし、これらが E_0 と P を結ぶ線となす角をそれぞれ $\tilde{\theta}$、α とする。

ウロパと木星の相対運動（詳細は付録を参照）の式を導出し、最後に (3) 先の二つで得られた方程式をもとにエウロパ球面上の任意の点における潮汐ポテンシャルを導出する。

まず (1) エウロパと木星を固定したときのエウロパ表面上の点 P に木星が及ぼす潮汐ポテンシャルであるが、木星の質量を M、木星からエウロパまでの距離を r、万有引力定数を G とすると、エウロパの単位質量に働く木星の引力は $f = GM/r^2$ であたえられる。**起潮力は、エウロパの表面上の点 P に働く引力 f_P と公転に必要な求心力（これはエウロパの中心に働く引力 f_E に等しい）をベクトル的に差し引いたもの**になる（図 2.2、2.3）。以下でこれを具体的に計算しよう [11]。

図 2.2 のように、エウロパの中心を E_0、木星の中心を J_0、両点の距離を r、J_0 から P までの距離を d、エウロパの半径を R とする。E_0 点と P 点に働く引力をそれぞれ f_E、f_P とし、これらが E_0 と P を結ぶ線となす角をそれぞれ $\tilde{\theta}$、α とする。f_E、f_P は次の値をとる。

$$
\begin{aligned}
f_E &= \frac{GM}{r^2}, \\
f_P &= \frac{GM}{d^2} \\
&= f_E\left(\frac{r}{d}\right)^2.
\end{aligned}
$$

また $d\sin\alpha = r\sin\tilde{\theta}$ であるため、$\sin\alpha = (r/d)\sin\tilde{\theta}$ となる。いま $d^2 = R^2 + r^2 - 2Rr\cos\tilde{\theta}$ であって、かつ $\varepsilon = R/r \ll 1$ であることを考慮すると次式が得られる:

$$
\frac{r}{d} = \left(1 - \frac{2R}{r}\cos\tilde{\theta} + \frac{R^2}{r^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{R}{r}\cos\tilde{\theta} + O(\varepsilon^2). \tag{2.5}
$$

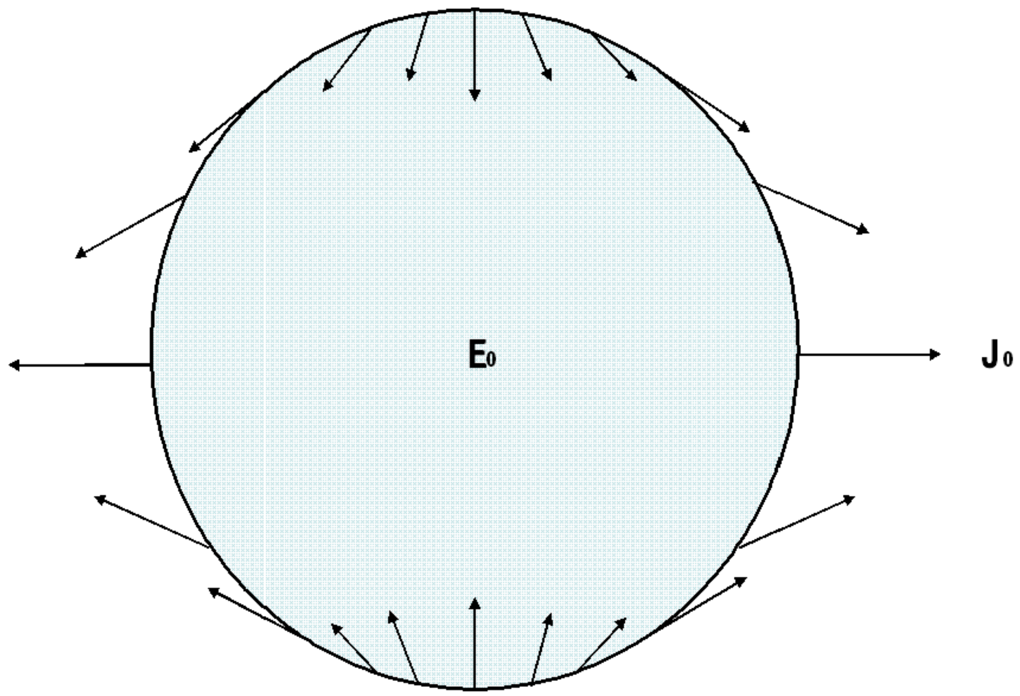

図 2.3: エウロパ表面の潮汐力分布図:矢印はエウロパ表面上各点に加わる潮汐力の方向と大きさを模式的に表した大きさである。

したがって

$$\begin{aligned}\cos\alpha = & \left(1-\frac{r^2}{d^2}\sin^2\tilde{\theta}\right)^{\frac{1}{2}} = \left\{1-\left(1+\frac{R}{r}\cos\tilde{\theta}+O(\varepsilon^2)\right)^2\sin^2\tilde{\theta}\right\} \\ = & \cos\tilde{\theta}-\frac{R}{r}\sin^2\tilde{\theta}+O(\varepsilon^2).\end{aligned} \tag{2.6}$$

f_P から f_E をベクトル的に差し引いて起潮力 f_T を求めるのであるが、f_T の水平成分を f_h、鉛直成分を f_v とする。f_P と f_E を両方向の成分を分けて差し引くと次のようになる。

$$\begin{aligned}f_h &= f_P\sin\alpha-f_E\sin\tilde{\theta} = f_E\sin\tilde{\theta}\left\{\left(\frac{r}{d}\right)^3-1\right\} \\ &= f_E\sin\tilde{\theta}\left\{\frac{3R}{r}\cos\tilde{\theta}+O(\varepsilon^2)\right\} \simeq \frac{3}{2}\frac{R}{r}\sin 2\tilde{\theta} f_E,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f_v &= f_P\cos\alpha-f_E\cos\tilde{\theta} = f_E\left\{\left(\frac{r}{d}\right)^2\cos\alpha-\cos\tilde{\theta}\right\}. \\ &= f_E\left\{\left(1+\frac{2R}{r}\cos\tilde{\theta}\right)\left(\cos\tilde{\theta}-\frac{R}{r}\sin^2\tilde{\theta}\right)-\cos\tilde{\theta}+O(\varepsilon^2)\right\} \simeq 3\frac{R}{r}\left(\cos^2\tilde{\theta}-\frac{1}{3}\right)f_E\end{aligned}$$

したがって

$$f_h = \frac{3}{2}\frac{GMR}{r^3}\sin 2\tilde{\theta} = \frac{3}{2}\frac{M}{m}\left(\frac{R}{r}\right)^3 g\sin 2\tilde{\theta}, \tag{2.7}$$

$$f_v = 3\frac{GMR}{r^3}\left(\cos\tilde{\theta}-\frac{1}{3}\right) = 3\frac{M}{m}\left(\frac{R}{r}\right)^3 g\left(\cos^2\tilde{\theta}-\frac{1}{3}\right), \tag{2.8}$$

となる。これらがエウロパ表面の単位質量に働く起潮力の水平成分と鉛直成分を表している。ここで m はエウロパの質量、g はエウロパ上の重力加速度（地球の重力加速度を１とすると 0.135）であり、$g = Gm/R^2$ である。

今、次の関数

$$U = -\frac{3}{2}\frac{GMR^2}{r^3}\left(\cos^2\tilde{\theta} - \frac{1}{3}\right) = -\frac{3}{2}\frac{M}{m}\left(\frac{R}{r}\right)^3 rg\left(\cos^2\tilde{\theta} - \frac{1}{3}\right), \tag{2.9}$$

を考えると

$$\begin{aligned} -\frac{\partial U}{\partial R} &= f_v, \\ -\frac{1}{R}\frac{\partial U}{\partial\tilde{\theta}} &= -f_h, \end{aligned}$$

が成り立っている。これは U が起潮力ポテンシャルであることを表している。

(2) 次にエウロパの木星に対する相対的な運動を考えよう。２天体間の相対運動は次の式で記述できる（導出は付録 D を参照)。

$$\left\{ \begin{aligned} \omega t &= u - \epsilon\sin u(t), \\ r(t) &= a\left(1 - \epsilon\cos u(t)\right). \end{aligned} \right. \tag{2.10}$$

ここで $r(t)$ はエウロパから木星までの距離、ϵは離心率、ωは公転角速度、a は軌道長半径、$u(t)$ は媒介変数である。エウロパの離心率 ϵ は 0.009 であり、この式を ϵ の１次のオーダーで展開するとエウロパと木星の相対運動を記述できる。木星を原点とする極座標 (r_{EJ}, Θ_{EJ}) で表すと、距離は

$$r_{EJ} = a(1 - \epsilon\cos\omega t), \tag{2.11}$$

角度は

$$\Theta_{EJ} = \omega t + 2\epsilon\sin\omega t, \tag{2.12}$$

となる（図 2.4)。ここで時間 t、角度 Θ_{EJ} はともに近木点で 0 とする。
公転角速度については Kepler の第三法則より

$$\omega = n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}, \tag{2.13}$$

が成り立っている。ただし G は万有引力定数であり、M は木星の質量である。

これでエウロパと木星を固定したときのエウロパの起潮力ポテンシャルが求まった。しかし、エウロパの軌道が楕円であることから、r は時間の関数であり、エウロパの地表面から見た木星の方向もまた時間とともに変化する。このことを考慮するために (3) 起潮力ポテンシャルとエウロパ-木星間の相対運動を用いて球面上のエウロパ表面上の任意の点における潮汐ポテンシャルを求めよう。エウロパの半径を R、中心を O、観測地点を P とする。P の余緯度を θ'、経度を ϕ' とする。ϕ' は近木点で最も木星に近い点を 0 とする（図 2.5)。次に木星とエウロパの中心とを結ぶ線分がエウロパ表面と交わる点を F とする。地点 F の緯度を δ'、経度を ψ' とする（エウロパの黄道傾斜角（inclination）はほぼ０より、$\delta' = 0$ と考える)。

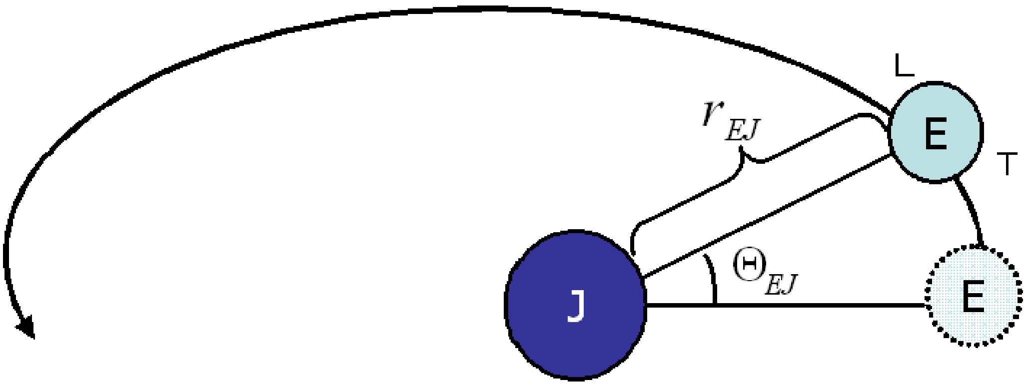

図 2.4: 木星とエウロパの相対運動:木星を原点とする極座標 (r_{EJ}, Θ_{EJ})。近木点で $\Theta_{EJ} = 0$。L は Leading 面を表し、T は Trailing 面を表している。

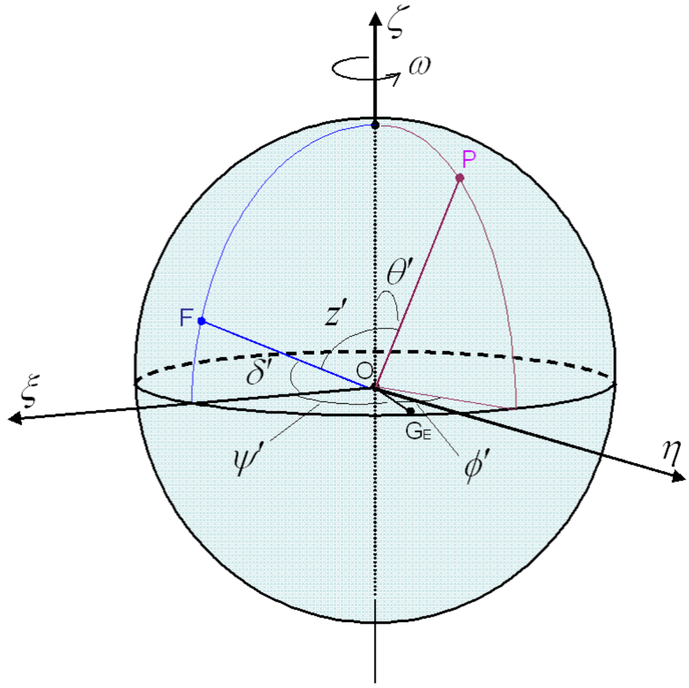

図 2.5: ポテンシャル導出のための設定:エウロパの半径を R、中心を O、観測地点を P とする。P の余緯度を θ'、経度を ϕ' とする。ϕ' は近木点で最も木星に近い点を 0 とする。近木点で木星に最も近い赤道上の点を G_E と呼ぶ。木星とエウロパの中心とを結ぶ線分がエウロパ表面と交わる点を F とする。地点 F の緯度を δ'、経度を ψ' とする。

エウロパは同期回転している（自転周期＝公転周期 ω）と仮定すると、ψ' は式（2.12）中の振動成分であるから $\psi' = 2\epsilon \sin \omega t$ なのでPの時角は

$$h' = \phi' + \psi' = \phi' + 2\epsilon \sin \omega t, \tag{2.14}$$

である。
また潮汐力を計算する為に $\angle POF = z'$ とする。このときエウロパ半径 R を用いると OP、OF の間には

$$R^2 \cos z' = \boldsymbol{OP} \cdot \boldsymbol{OF}, \tag{2.15}$$

が成り立っている。また、エウロパの自転軸北向きに ζ 軸、赤道上での木星方向（ζ 軸と OF がなす平面と赤道が交わる方向）を ξ 軸、ζ 軸と ξ 軸に直交する方向を η 軸として各ベクトルを (ξ, η, ζ) 成分で表示すると

$$\boldsymbol{OP} = (R \sin \theta' \cos \delta', R \sin \theta' \sin h', R \cos \theta'), \tag{2.16}$$

$$\boldsymbol{OF} = (R \cos \delta', 0, R \sin \delta'), \tag{2.17}$$

で、これらの内積は

$$\boldsymbol{OP} \cdot \boldsymbol{OF} = R^2 (\cos \theta' \sin \delta' + \sin \theta' \cos \delta' \cos h'), \tag{2.18}$$

であることから

$$\cos z' = \cos \theta' \sin \delta' + \sin \theta' \cos \delta' \cos h', \tag{2.19}$$

である。また $\delta' = 0$ より

$$\cos z' = \sin \theta' \cos h', \tag{2.20}$$

が成り立つ。

式 2.9 より点 P における潮汐ポテンシャル U は

$$U = \frac{3GMR^2}{2r_{EJ}^3} (\cos^2 z' - 1/3), \tag{2.21}$$

であるから、この式にエウロパと木星の相対運動によって生じる時間 t に依存する $r_{EJ} = a(1 - \epsilon \cos \omega t)$ と $\cos z' = \sin \theta' \cos(\psi' - 2\epsilon \sin \omega t)$ を代入して ϵ^1 のオーダーまでとると、

$$\begin{aligned} U &= \frac{3GMR^2}{2a^3} (1 - \epsilon \cos \omega t)^{-3} \left\{ \sin^2 \theta' \cos^2 (\phi' - 2\epsilon \sin(\omega t)) - \frac{1}{3} \right\}. \\ &= \frac{3GMR^2}{2a^3} \left\{ \left(\sin^2 \theta' \cos^2 \phi' - \frac{1}{3} \right) + \epsilon \left(\cos \omega t \left(3 \sin^2 \theta' \cos^2 \phi' - 1 \right) + 2 \sin \omega t \sin^2 \theta' \sin 2\phi' \right) + O(\epsilon^2) \right\} \end{aligned}$$

このうち ϵ^1 に比例する項は

$$U_1 = \frac{3GMR^2}{2a^3} \epsilon \left(\cos \omega t \left(3 \sin^2 \theta' \cos^2 \phi' - 1 \right) + 2 \sin \omega t \sin^2 \theta' \sin 2\phi' \right), \tag{2.22}$$

になる。更に $\dfrac{GM}{a^3} = \omega^2$、$\cos^2\phi' = (\cos 2\phi' + 1)/2$ を用いて変形すると

$$U_1 = \frac{3}{2}\omega^2 R^2 \epsilon \left\{ \cos\omega t \left(\frac{3}{2}\sin^2\theta' - 1 \right) + \frac{3}{2}\cos\omega t \sin^2\theta' \cos 2\phi + 2\sin\omega t \sin^2\theta' \sin 2\phi' \right\}. \tag{2.23}$$

潮汐力は定常成分（ϵ の 0 次の項）と様々な振動数の振動成分をもつが、エウロパの公転周期 85 時間に寄与するのは $\omega\sin t$ だけであると仮定し、定常成分や高振動数成分は無視出来るとする。この時、潮汐ポテンシャルの時間依存成分は下記で与えられる。

$$U = r^2\omega^2\epsilon \left\{ -\frac{3}{4}\left(3\cos^2\theta - 1\right)\cos\omega t + \frac{3}{4}\left(1 - \cos^2\theta\right)(3\cos\omega t\cos 2\varphi + 4\sin\omega t \sin 2\varphi) \right\}. \tag{2.24}$$

このとき、潮汐力の x, y, z 成分 f_x, f_y, f_z はそれぞれ

$$\begin{aligned}
f_x &= -\frac{\partial U}{\partial x} \\
&= -\left(\sin\theta\cos\varphi\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos\theta\cos\varphi}{r}\frac{\partial}{\partial\theta} - \frac{\sin\varphi}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi} \right) U, \\
f_y &= -\frac{\partial U}{\partial y} \\
&= -\left(\sin\theta\sin\varphi\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos\theta\sin\varphi}{r}\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\cos\varphi}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi} \right) U, \\
f_z &= -\frac{\partial U}{\partial z} \\
&= -\left(\cos\theta\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r}\frac{\partial}{\partial\theta} \right) U,
\end{aligned} \tag{2.25}$$

と表される。この時 $\dfrac{\partial U}{\partial r}, \dfrac{\partial U}{\partial \theta}, \dfrac{\partial U}{\partial \varphi}$ は以下の通り。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U}{\partial r} &= \frac{3}{2} r\omega^2 e \left\{ -\left(3\cos^2\theta - 1\right)\cos\omega t + (1 - \cos^2\theta)(3\cos\omega t\cos 2\varphi + 4\sin\omega t\sin 2\varphi) \right\}, \\
\frac{\partial U}{\partial \theta} &= \frac{3}{2} r^2\omega^2 e \cos\theta\sin\theta\,(3\cos\omega t + 3\cos\omega t\cos 2\varphi + 4\sin\omega t\sin 2\varphi), \\
\frac{\partial U}{\partial \varphi} &= \frac{3}{2} r^2\omega^2 e \left(1 - \cos^2\theta\right)(-3\cos\omega t\sin 2\varphi + 4\sin\omega t\cos 2\varphi).
\end{aligned}$$

このようにして得られた潮汐力 (2.25) を式 (2.1) の $\vec{F}_i^{ext}$ とする。

本章ではエウロパのモデル化を行ってきたが、本研究ではモデルの簡単化のためにまず粘性極限を取ったモデルからシミュレーションを行っている。このモデルを以下本論文では　**モデル１**と呼ぶ。次章でモデル１についての説明および数値シミュレーションによってえられた結果について議論する。

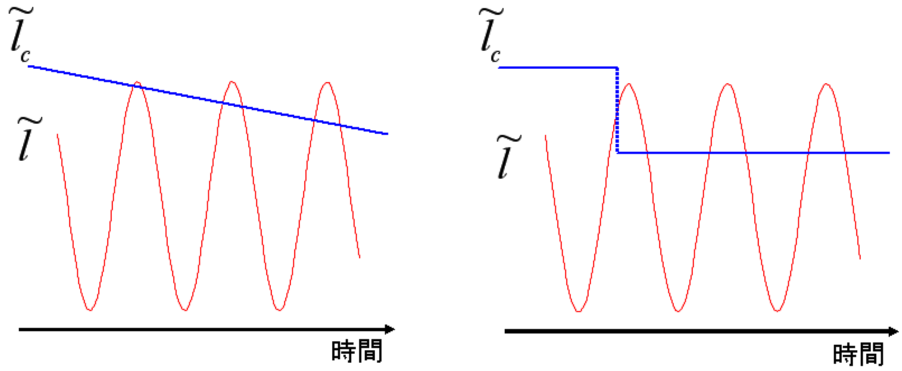

図 2.6: 格子の伸び率 $\tilde{l}$（赤）と臨界値 $\tilde{l}_c$（青）の時間変化の模式図。左：破壊条件１、右：破壊条件２。

2.5　破壊の条件

前章で導出した運動方程式に従う格子に破壊条件を与え、破壊による亀裂生成現象をモデル化しよう。本研究では表面の地形は日周潮汐力によってエウロパの氷地殻上にできた亀裂であると考え、各母点を結ぶボンドの切断で地殻の破壊を表現する。この破壊（切断）条件は、各ボンドの１公転周期中の格子の変形の中で自然長からの伸び率 $\tilde{l}$ がある臨界値 $\tilde{l}_c$（限界伸び率）を超えたとき、つまり

$$\tilde{l} = \frac{|\text{ある時刻におけるボンドの長さ} - \text{ボンドの自然長}|}{\text{ボンドの自然長}}, \tag{2.26}$$

が

$$\tilde{l} > \tilde{l}_c, \tag{2.27}$$

の関係を満たした時、そのボンドを切断するというものである。切断するという操作はシミュレーション中では、ばね定数を０にして、他の母点との相互作用を不可逆的になくすものである。破壊が起こると切断されたボンド付近に応力が集中し、その付近は他の部分よりも破壊が起こりやすくなり、結果的に線状の亀裂が形成されると考えられる。さらに時間的に変動する潮汐力によって応力の方向は時々刻々と変化していくため、形成される亀裂が曲線を描くことが期待される。

$\tilde{l}_c$ の与え方はいくつか考えられる。図 2.6 は潮汐力によって周期的に変形する格子の伸び率 $\tilde{l}$ と臨界値 $\tilde{l}_c$ の時間変化を模式的に表したものである。図 2.6 の左では $\tilde{l}_c$ が時間とともに減少していき、ある時刻で $\tilde{l}$ が $\tilde{l}_c$ を上回り破壊が起こり始める、といった場合である（**破壊条件１**と呼ぶ）。また右図のようにある時刻で瞬間的に $\tilde{l}_c$ が小さくなって破壊が起こるという場合（**破壊条件２**）である。破壊条件１はなんらかの原因で氷地殻の厚さが徐々に薄くなり、それまで割れていなかった氷地殻がある時割れ始めるというシナリオを考えられる。それに対し、破壊条件２は例えば隕石の衝突などによって、ある時刻で急激に亀裂が生じ、それが伝播していくというものである。

次章以降で実際のシミュレーションの結果をまとめ、このモデル化で実際にエウロパ表面がどのように変形し、また線状地形が形成されるかを調べる。

第3章　シミュレーション

3.1　緩和極限

前章ではエウロパを二次元緩和型弾性球殻を用いてモデル化した。このモデルを解析していくにあたって、まずは慣性項が他の項に比して非常に小さい極限（緩和極限 $\ddot{r} = 0$）をとり緩和時間 γ での緩和プロセスを見る。この場合、運動方程式は以下のように書き下せる。

$$\dot{r}_i = -\frac{1}{\gamma}\left(F_i^{el} + F_i^{ext}\right). \tag{3.1}$$

この運動方程式下での粘弾性球殻モデルの挙動を調べる。破壊条件のないモデル 1 と破壊条件を与えたモデル 2 を順に考えていく。

3.1.1　モデル 1

はじめに破壊条件を与えないモデル 1 を考える。これはボンドの限界伸び率 $\tilde{l}_c$ を下のように与えるモデルである。

$$\tilde{l}_c \gg 1. \tag{3.2}$$

この条件下ではボンドの切断は起こらない。このとき以下に述べるように格子は周期的な変形をする。緩和型弾性球殻でモデル化したエウロパが周期外力下でどのような変形をするかを観測しよう。

まず、二つのパラメータであるばね定数および減衰定数をそれぞれ 10、0.3 とし、上記の運動方程式の数値シミュレーションを行った。ばね定数および減衰定数はすべての質点に共通の値で近木点における格子のつりあいの位置を初期条件としてシミュレーションをスタートした。

この結果、日周潮汐力による球殻の周期的な変形が実現され、その変形量の分布図を得ることができた。図 3.1 はその典型例で近木点における図である。これは横軸に経度、縦軸に緯度をとったメルカトル図であり、図の色の濃淡は各ボンドの伸びの大きさを表しており、色が明るいほど自然長からの伸びが大きく、暗くなるほど自然長からの縮みが大きくなることを意味している。この図の G はグリニッジすなわち緯度経度ともに 0 の地点で、L は Leading 面つまり公転中常に進行方向を向いている面のほぼ中心、T は Trailing 面つまり公転中常に進行方向とは逆の方向を向いている面のほぼ中心を表している。また図 3.2 は Delaunay 格子を重ねて描いた図で、格子は各ボンドの方向を表している。球面をメルカトル図法で平面に展開しているため高緯度でボンドが長く描かれているが実際の長さとは異なることに注意されたい。次に格子変形の時間発展をみよう。格子は、過渡

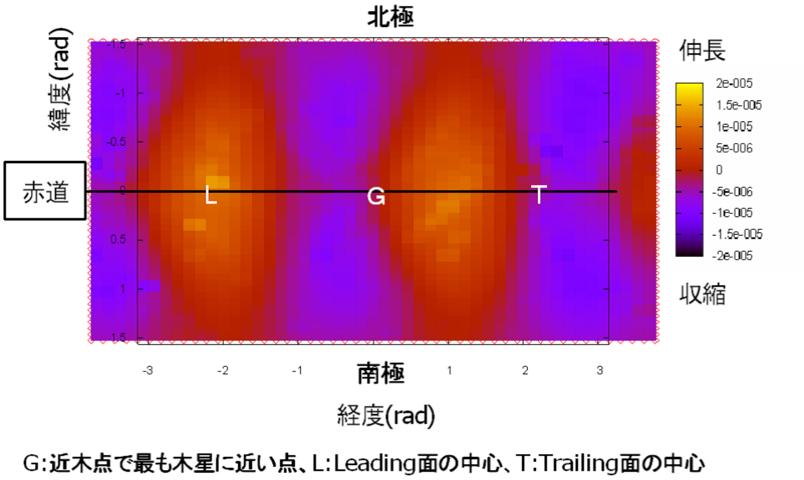

図 3.1: 変形量の分布図 1:近木点における図である。横軸に経度、縦軸に緯度をとったメルカトル図で、図の色の濃淡は各ボンドの伸びの大きさを表しており、色が明るいほど自然長からの伸びが大きく、暗くなるほど自然長からの縮みが大きくなることを意味している。

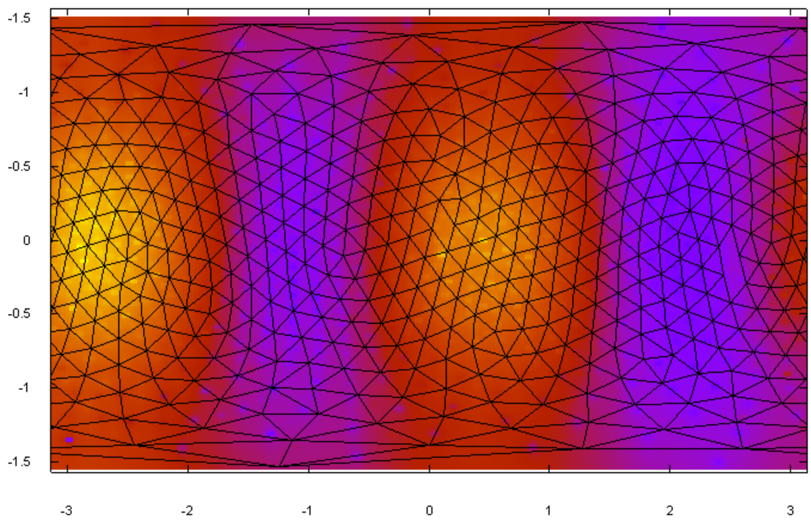

図 3.2: 変形量の分布図 2:変形量の分布図に Delaunay 型格子を重ねて描いた図。格子が各ボンドに働く力の方向に対応している。

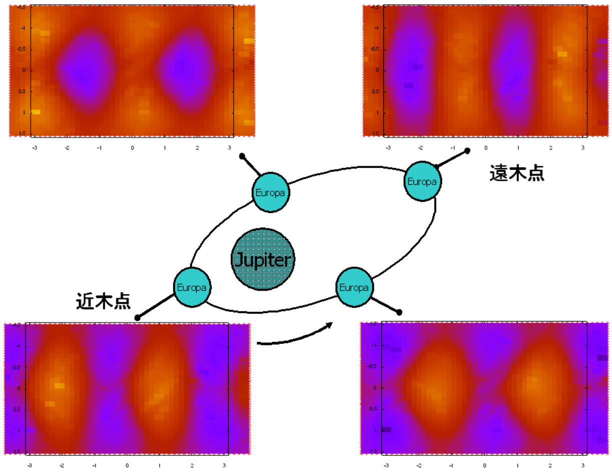

図 3.3: 公転軌道上と位置と変形の分布図:エウロパが公転をするにつれて、格子の変形量の分布図が経度方向に移動しているのが分かる。

的過程を経た後、周期的に変形する。その周期は公転周期と一致する (図 3.3)。この時間発展は、エウロパの地殻断片に働く潮汐力が木星との相対位置に応じて時々刻々と変化することに起因する。ここで格子の変形率の最大値と、後述する位相差という二つの量に着目しよう。まず格子の変形率の最大値についてである。格子の変形率とは地点 G_E の半径方向の変位を球殻半径で割ったものであり、その最大値とは過渡的過程が終了したあと、一周の間での最大値である。この格子の変形率の最大値はばね定数と減衰定数の選び方によって増減した。図 3.4 は縦軸にばね定数 k、横軸に減衰定数 γ をとった図であり、図中の色の濃淡は格子の変形率を表している。この図から、最大変形率はばね定数及び減衰定数のいずれにも依存することが分かる。

次に位相差についてである。式 (2.25) から近木点で潮汐力は最大となり、その分布は経度 0 度の子午線に対して対称であり遠木点では最小になる。潮汐力と弾性力が釣り合うと仮定すれば、G_E での格子変形は近木点（遠木点）で最大（最小）となることが予想されるが、シミュレーション結果は格子の変形量が予想される位置とは、ずれた位置で最大あるいは最小の変形を示すことがわかった。この予想される変形分布図と氷地殻変形のずれ (以下**位相差**と呼ぶ) はばね定数と減衰定数の選び方で増減することが分かった。図 3.5 は縦軸にばね定数 k、横軸に減衰定数 γ をとった図であり、位相差も格子の変形率と同様にばね定数及び減衰定数に依存することが分かる。位相差は具体的には近木点で最も木星に近い赤道上の点 G_E での格子変形が最大になるときの Θ_{EJ} と、潮汐力が最大になる点、つまり近木点での $\Theta_{EJ}(=0)$ との差である。

この位相差はエウロパの氷地殻が外力によって変形し、その変形が緩和されるよりも早く公転するために生じると考えられる。ばね定数および減数定数は氷地殻の厚さなどエウロパの地殻変形の物性を表している。これら二つのパラメータの組み合わせによってエウロパの特性を記述できたことは本研究で得られた成果の一つといえる。すなわち、最大変形率及び位相差はエウロパの観測データから原理的には測定可能な量であると考えられ

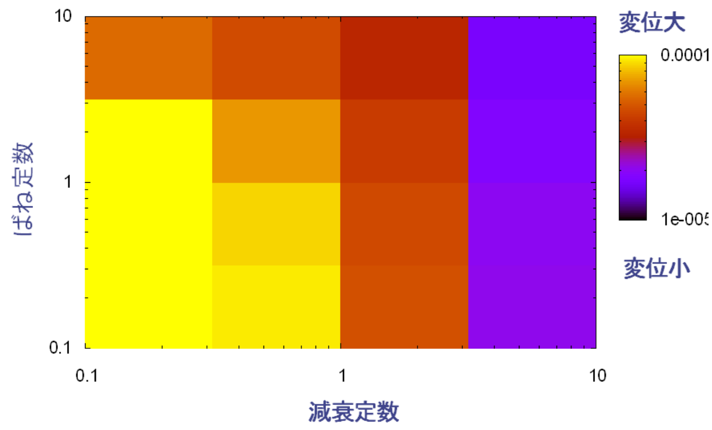

図 3.4: 格子の最大振幅：ばね定数-減衰定数図

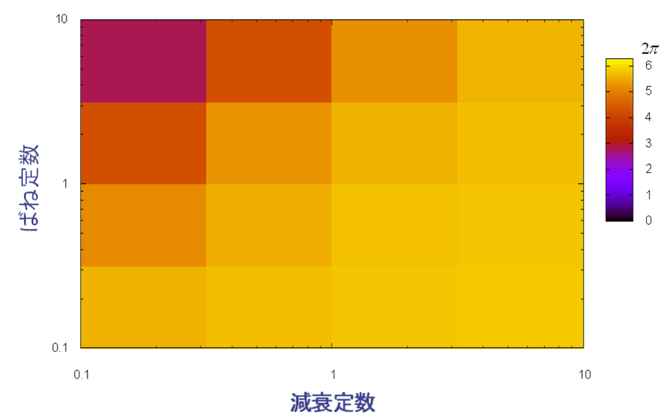

図 3.5: 位相差：ばね定数-減衰定数図

る。図 3.4、3.5 はこれらの量と氷地殻の動的な物性を表す定数であるばね定数や減衰定数との関係を表すものである。したがって、観測データから前者が得られれば、それは氷地殻の構造のモデルに対する制限となる。すなわち、氷地殻の散逸的物性は最大変形率及び最大変形を与える位相差を測定することで見積もることが出来る、と考えられる。ばね定数と減衰定数の選び方によって格子の最大変形および位相差がどのように変わるかを調べた結果が以下の図である。潮汐力によってエウロパは最大で 15m 変形することが見積もられている。本研究ではスケーリングにより、格子の半径を 1 に規格化しているため、最大振幅の大きさ $\sim 10^{-5}$ がこの値に相当する。

3.1.2 モデル 2

このモデル 2 では、破壊条件を以下のようにあたえて格子の破壊の様子を観測する。

$$\tilde{l}_c = \mathrm{const.}. \tag{3.3}$$

条件の与え方は前述 (2.5 節) の破壊条件 2 である。なお、氷地殻の破壊は伸長によってのみ起こり、圧縮による亀裂形成は起こらないとする。我々のモデルではばね定数および減衰定数はパラメータである。運動方程式中のばね定数および減衰定数の決定に際して、エウロパの潮汐変形は最も振幅の大きいところで 1 回の公転中に 15m（半径を 1 とすると 10^{-5} 程度）の変形をするという Greenberg らによって見積もられた値を再現できる組み合わせを選択した [6]。

初期条件として近木点における格子のつりあいの位置からシミュレーションをスタートしている。またばね定数および減衰定数はすべての質点に共通の値を与えている。また破壊条件は近木点から与えている。この設定のもとで行ったシミュレーションの結果、エウロパを模した格子に図 3.6 のような亀裂を形成することができた。図の赤い格子が亀裂が生じた場所である。図中の番号はそれぞれ亀裂が形成された順番を表している。また各亀裂はエウロパが公転軌道上のどの位置にいるときに形成されたかどうかは図 3.7 に示した。このように位相差によって近木点からずれた位置でも氷地殻の破壊が起こっていることがわかる。

しかしこのシミュレーションでは母点数は 400 点で、この母点数によって形成されるボンド一本の大きさは実際のエウロパの大きさに換算すると 300km になる。サイクロイド状地形の一つの弧の長さがおよそ数 km から 100km 程度であることを考えると、この格子点数では得られた亀裂パターンはサイクロイド状地形を実現できない。必要な解像度を得るためには格子点数を少なくとも $10,000$ 個まで増やす必要がある。次節では、特に理論的に研究されているケースとして釣り合い条件が満たされている場合について、亀裂パターンがどうなるかを調べる。

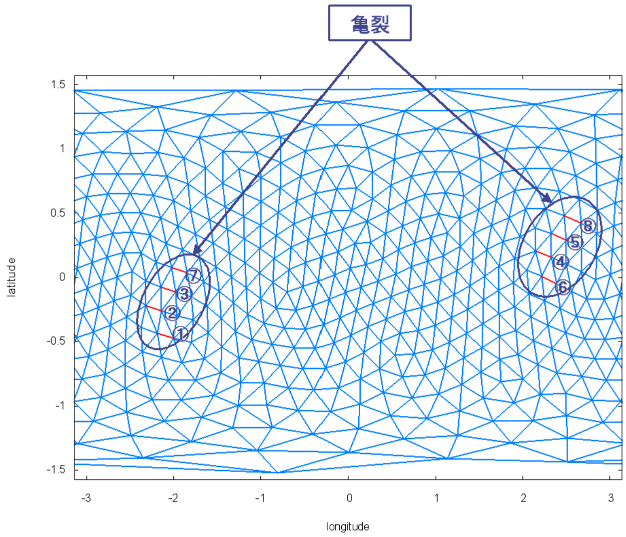

図 3.6: 形成された亀裂 1:横軸に経度、縦軸に緯度をとった格子のメルカトル図。亀裂（赤色）の各番号はそのボンドが切れた順番を表している。

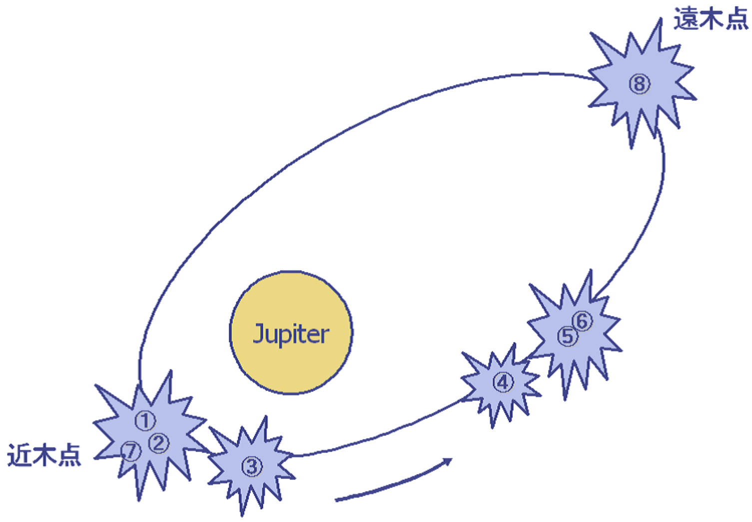

図 3.7: 亀裂が形成された公転軌道上の位置:図中の番号はそれぞれ図 3.6 の亀裂の番号に対応している。

3.2 釣り合い近似

本節は $\dot{r}=0$ であるモデルを考える。これは格子変形の緩和が外力の変化時間に比べて十分早く、弾性的な力が常につりあっていることを仮定している。つまり

$$\vec{F}_i^d + \vec{F}_i^{ext} = 0, \tag{3.4}$$

が成立している。これは、破壊条件が無ければ、各時刻での潮汐力が加わった弾性球殻の静止解を求めることに対応しており、Greenberg らによって解析されている [6][7]。しかし、破壊条件を取り入れると問題は非常に複雑になる。これは、破壊によって形成される亀裂は応力・ひずみに対する動的な境界となるため、この問題を解析的に扱うのは一般的には困難であるからである。しかし、本研究で使用するバネモデルならば、亀裂の生成も再現出来る。

またモデル１で扱った母点数では亀裂の形成を再現することはできたが格子間隔が大きすぎるためサイクロイド状地形を表現できていなかった。そこでモデル２では母点数を $10,000$ 点強に増やした。このとき一本のボンドはエウロパ上で 15km に相当する。

この設定下でおこなったシミュレーションでは図 3.8、3.9 のような亀裂パターンが得られた。ボンドの限界伸び率 $\tilde{l}_c$ が 15 周公転する間に徐々に減少していくような破壊条件を与えた（破壊条件１）。公転 1 周の間に 10^{-3} 程度減少するものである。その条件下で 15 回の公転中における亀裂形成を調べた。図 3.8 をみると、図 3.6 では観測できなかった、曲線を描く亀裂が形成されている。母点数を多くしたことによって、形成された亀裂パターンをより細かく観測できた。また、図 3.9、3.10 では、亀裂の進展方向を矢印を用いて表現した。同じ色の矢印は同一公転周期中に発生した亀裂を表している。この図から亀裂が方向を変えながら進展していくことが分かる。さらに図 3.9 は、各ボンドの長さが実際のエウロパの 15km に相等することを考えると、亀裂の進展方向が変わる特徴的な長さとサイクロイド状地形の弧の長さのオーダーがよくあっていることを示している。

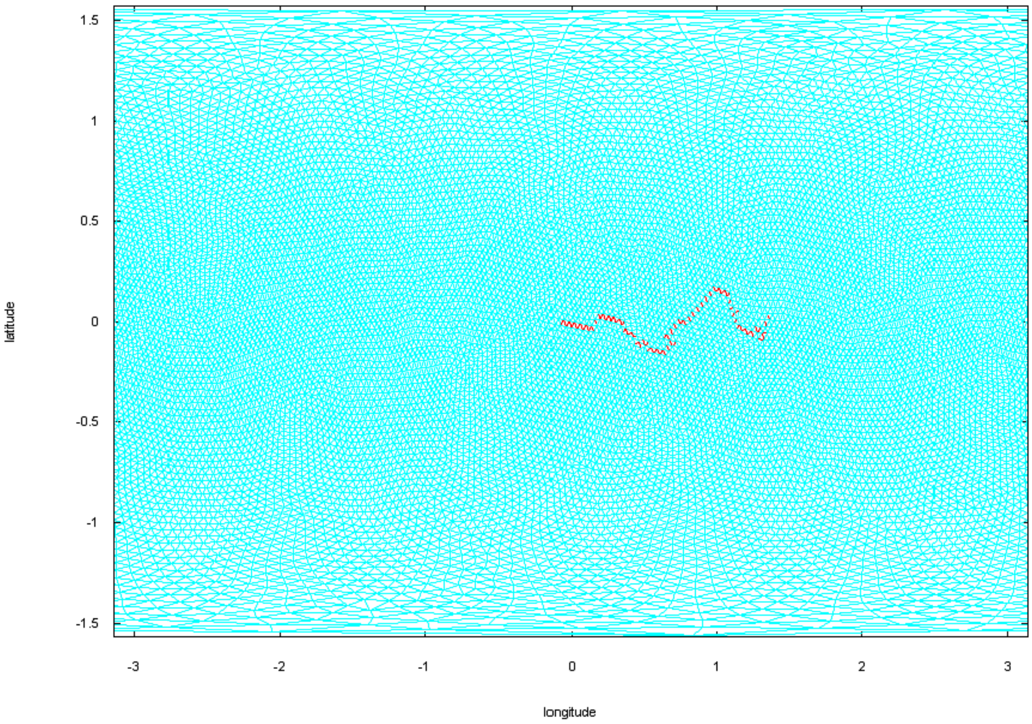

図 3.8: 亀裂パターン:赤色で描かれたボンドが亀裂である。横軸が経度であり、縦軸が緯度を表している。

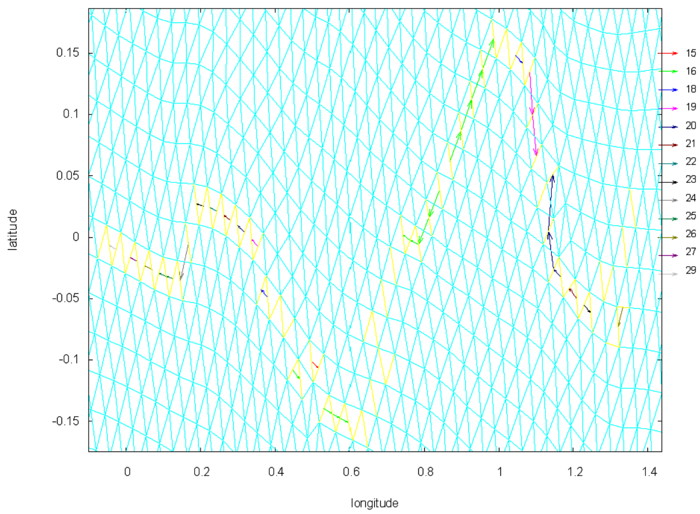

図 3.9: 亀裂の伝播:図 3.8 の亀裂周辺を拡大した図。矢印は亀裂の進展方向で、同一公転周期中に発生した亀裂を同じ色で表している。15 回の公転を調べた。右端にそれぞれの矢印の色と対応する公転回数を示した。

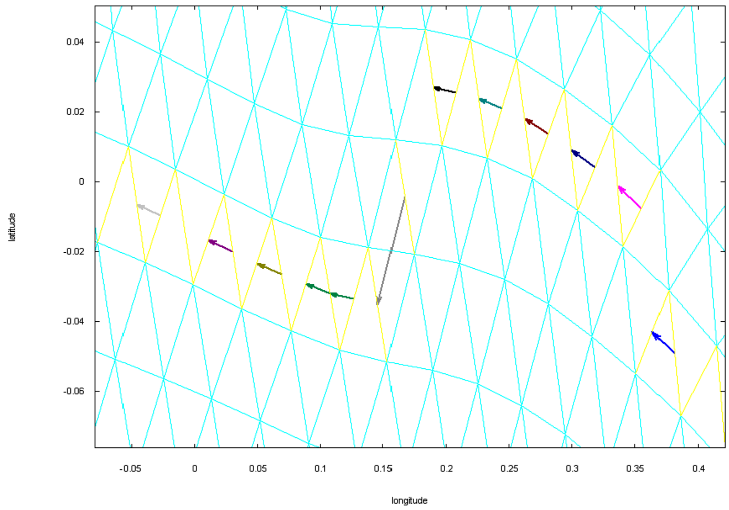

図 3.10: 亀裂の伝播:図 3.9 の (0.2, 0) 付近をさらに拡大した図。公転回数が増えるにしたがって亀裂が進展している。

第4章　まとめと残る課題

本研究はエウロパの地表面に観測されているサイクロイド状地形に注目し、その形成メカニズムを解明することを目的として、力学的モデルを構築し数値シミュレーションを行った。具体的には、サイクロイド状地形をはじめとする線状地形はエウロパの氷地殻にできた亀裂であると仮定し、また特にサイクロイド状地形に関しては亀裂形成の主要因として木星から受ける潮汐力を考えた。手法としてはエウロパを破壊条件をもつ二次元緩和型弾性格子でモデル化し、周期外力下での格子の挙動を数値シミュレーションによって調べた。

まず緩和極限を取ったモデル１では破壊条件を与えずに格子に周期外力（潮汐力）を与え、格子の挙動を調べた。その結果、エウロパの公転軌道上の位置に応じて時々刻々と変化する応力の様子を格子の変形量を用いて表すことが出来た。これによって公転軌道上のどの位置でエウロパ地表面のどの位置がどの程度変形しているのかが分かった。さらにシミュレーションを行う前の予想ではエウロパが公転軌道上で木星に一番近づく点（近木点）において、経度０度の子午線に対して対称でかつ変形量が最大である格子変形の図が得られるはずであったのに反して、実際に得られた格子変形は近木点の手前あるいはその後で最大、同様に潮汐力が最小となる遠木点の前後で最小となり、位相に差が生じることが分かった。この位相差は周期外力による変形が緩和される時間よりも公転速度の方が早いために生じていると考えられる。またこの位相差は格子の粘性および弾性を特徴付ける減衰定数 γ とばね定数 k という二つのパラメータの選び方で増減することが分かった。氷地殻の弾性及び緩和的な性質という力学的な性質は最大変形率と位相差という二つの原理的に観測可能な量を測定することによって、制限あるいは推定できると期待できる。

パラメータを決定する際には、エウロパが潮汐力によって変形する最大振幅が 15m であるという Greenberg らによる見積もり値を再現する組み合わせを選んだ。この値はエウロパの密度は全球において一様で潮汐力がつりあった状態を仮定して見積もられている [6]。彼らの見積もりではエウロパの変形の振幅は近木点で最大になるが、前述の通り、本研究のシミュレーションから最大振幅の位置と潮汐力が最大になる位置との間には位相差が存在することが分かった。もしエウロパの潮汐変形が最大になる軌道上の位置が実際に観測でき、もし位相差が確かに存在していれば、本モデルによって潮汐変形の最大振幅 15m と観測された位相差を再現するパラメータを決定できる。こうして決定できたパラメータはエウロパの氷地殻の物性や内部構造に対して意味のある示唆を与えることができるかもしれない。

次に粘弾性球殻の格子変形の緩和時間が外力の変化時間よりも十分に早く、弾性的な力が常につりあっている釣り合い近似モデルを考えた。釣り合い近似モデルでは母点数を緩和型弾性体モデルよりもさらに増やし、亀裂の進展の様子をさらに細かく調べた。

この釣り合い近似モデルで潮汐力の時間変化によって、時々刻々と亀裂が進展していく

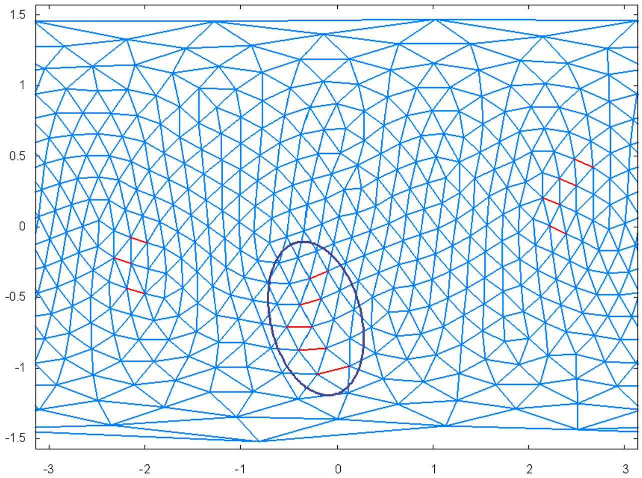

図 4.1: 形成された亀裂２:丸で囲まれた部分が新たに形成された亀裂。

様子が観測された。これは日周潮汐力によって 85 時間という非常に短いタイムスケールでエウロパ表面に地形が形成されていくというシナリオの一部を再現できたといえるだろう。また先行研究ではサイクロイド状地形の各弧が公転一周期毎に一つ形成され、数周回の間に一連のサイクロイド状地形ができるというシナリオが描かれていたが、本研究の数値計算結果からは必ずしも一つの弧が一周期で出来るとは限らず、何周か回るうちに弧が形成されていくというシナリオもあり得る。ただし現段階では方向を変えながら進展していく亀裂の再現には成功したが、エウロパ表面に存在するような、はっきりとしたサイクロイド状地形の再現まではいたらなかった。

今回行ったシミュレーションでは球面上すべての点に対して等しいばね定数と減衰定数を与えた。しかしこの条件下では日周潮汐力下で格子変形が最大になるのは赤道付近になり、亀裂は主に赤道付近の低緯度地方に発生する。サイクロイド状地形は全球上に分布している（特に高緯度に多い）という事実を再現するためには、他の要素を考慮しなければならないだろう。実際、氷地殻の厚さは地点によって当然異なることは想像に難くない。したがって、たとえばエウロパ表面の温度分布が分かれば、温度の低い地域の氷は厚く（ばね定数あるいは破壊のための臨界値 $\tilde{l}_c$ が大きい）温度の高い地域の氷は薄く割れやすい（ばね定数あるいは $\tilde{l}_c$ が小さい）というような性質をモデルに反映させることができるだろう。また温度勾配のほかにもかつて亀裂だったものが時間の経過とともに脆弱な氷地殻として回復してきている地域は割れやすいというシナリオも考えられる。本研究でもモデル１において高緯度のある部分だけばね定数を小さくして亀裂が起こりやすい地域を作為的に用意してシミュレーションすると図 4.1 のように高緯度地方にも亀裂を再現することができた。

したがってエウロパ本来の氷地殻の強度の非一様性を反映できれば、現行のモデルでも全球上に亀裂を再現できると予想される。

破壊のメカニズムについて、現在のモデルでは表面地形が引張応力を受けた時にのみ亀裂が生じるとしているが、引張応力による氷の亀裂だけがその成因と考えるよりも、圧縮

によって地形が形成されるというシナリオを考えることも自然である。例えば諏訪湖で冬に観測される御神渡りはこのシナリオに近いかもしれない。湖に張った氷が昼夜の温度差で伸縮圧縮され一気に氷の山脈を作るというものである。この効果を加味したモデルがどのようなふるまいを示すかなども未解決な問題として残っている。

惑星科学の分野は個々の研究対象のデータが非常に乏しく、多くのパラメータが未知である。当然全てを扱うことは不可能に近い。したがってその中でどのパラメータが扱っている現象を記述するために必要かということを常に考えなければならない。

付 録A　エウロパデータ

	Europa	Moon	Earth
Diameter at the equator	**3,150km**	3,475km	12,756km
Rotational period	**3.55 Earth days**	27.32 Earth days	1.00 Earth days
Orbital Eccentricity	**0.009**	0.055	0.017
Tilt of the axis of rotation	**3.12 deg**	6.68 deg	23.45 deg
Mass	$\mathbf{4.80 \times 10^{22}kg}$	$7.35 \times 10^{22} kg$	$597.50 \times 10^{22} kg$
Acceleration of gravity at the surface	$\mathbf{1.30m/s^2}$	$1.62 m/s^2$	$9.80 m/s^2$
Density	$\mathbf{2.99g/cm^3}$	$3.34 g/cm^3$	$5.52 g/cm^3$
Volume of water	$\mathbf{2.90 \times 10^9 km^3}$	$7.15 \times 10 km^3$	$1.73 \times 10^9 km^3$

付 録B　粘弾性体

弾性体と粘性流体の中間的な性質をもつ力学モデルは一般的に粘弾性体（非弾性体）と呼ばれる [12]。完全弾性体では変形は外力に瞬間的に対応し、外力を取り除くともとにもどる。つまり一定の外力には一定の歪が対応する。この性質を持つ力学的要素としてはばねの変形を考えればよい。一方、粘性体（流体）は外力（応力）を加えると一定の歪速度での流動が生じる。この粘性変形の要素としてはダッシュポッドを考えればよい。より一般の場合はその中間で弾性的変形と粘性的変形の両方が起こる。そのような変形を非弾性変形と呼ぶ。

弾性的変形と粘性的変形の両方が生じる力学的モデルとしてもっとも簡単なものとして、弾性的変形の要素（ばね）と粘性的変形の要素（ダッシュポッド）が直列に繋がったものが考えられる（図 B.1）。このようなモデルで記述される物体はマクスウェル物体と呼ばれる。マクスウェル物体では弾性変形と粘性流動が独立して起こる。実際の物体の応力に対する応答はマクスウェル物体ほど単純でない物質も多い。粘性流動がまわりの物質の弾性変形を引き起こし、あるところまで進行して止まってしまう場合もある。たとえば弾性体の中に粘性流体のポケットがある場合を考えよう。この場合、応力が加われば粘性流体は流動するが、流動によって周りの弾性体を変形させ高い応力が発生する。そこで、やがて粘性流体は止まってしまう。このような変形の様子に対してフォークト物体と呼ばれるモデルがある (図 B.1)。このモデルは粘性流体が弾性体の変形で束縛されている場合によい近似として成立する。

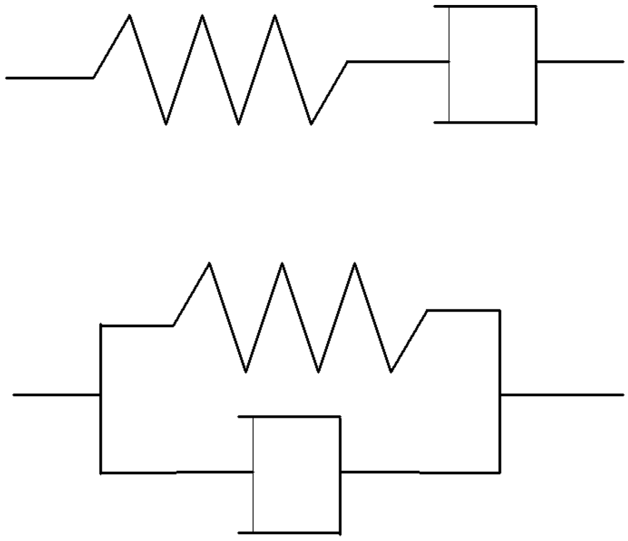

図 B.1: マクスウェル物体（上）とフォークト物体（下）の模式図

付 録C　格子構築法

C.1　Delaunay 型格子構築法

エウロパの地殻を近似する Delaunay 型格子を作る手順を説明する [8]。
まず母点を分布させる方法を説明し、二次元格子および三次元格子の構築方法を記す。

C.1.1　母点の分布

〈 **二次元平面上** 〉
母点を平面長方形内に分布させる方法は下記の通り。

1. 横軸に $\phi(0 < \phi \leq 2\pi)$、縦軸に $\theta(-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2)$ とる。

2. それぞれ定義域内の乱数を各点に与える。

〈 **三次元球面上** 〉
三次元球面上に母点を分布を分布させる方法を詳しく説明する。ここで、球の中心を原点とした角座標 (r, ϕ, θ) を用いる。つまり緯度が ϕ、経度が θ に相当する。今 r=1,0 $\leq \phi \leq 2\pi$,$-2/\pi \leq \theta \leq 2/\pi$ とする。本研究では母点群を球面上に一様に分布させた。その手順はランダムに分布した母点群を相互反発させて母点間距離をほぼ等間隔にするというものである。まずランダムな母点群は経度 ϕ は二次元格子と同様に $0 \leq \phi \leq 2\pi$ の一様乱数を与えればよいのだが、緯度 θ はその定義域 $-2/\pi \leq \theta \leq 2/\pi$ 内の一様乱数を与えればいいという訳にはいかない。もし二次元格子と同様に一様乱数を与えてしまうと球の極付近に点が集中し赤道付近は分布密度が小さくなってしまう。球面上に点をランダムに分布させるためには経度 θ の与え方を工夫しなければならない。一様乱数を生成し、ある関数で変換する方法 (**変換法**) は以下の通りである [9]。
まず一様分布では x と $x + dx$ の間の数を生成する確率 $p(x)dx$ は次の式で与えられる。

$$p(x)dx = \begin{cases} dx & 0 < x < 1, \\ 0 & \text{それ以外}. \end{cases} \tag{C.1}$$

確率密度 $p(x)$ は次のように正規化されている。

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1. \tag{C.2}$$

次に、一様乱数 x を生成し、それをある関数で $y(x)$ に変換したとする。この y の確率密度 $p(y)$ は確率の基本変換則

$$|p(x)dx| = |p(x)dx|\,, \tag{C.3}$$

すなわち

$$p(y) = p(x)\left|\frac{dx}{dy}\right|, \tag{C.4}$$

で決定できる。

この変換法を用いて y の任意の分布 $p(x) = f(y)$ を生成するには上の式より、次の微分方程式を解かなければならない。

$$\frac{dx}{dy} = f(x). \tag{C.5}$$

$F(y)$ を $f(y)$ の不定積分とすると、この解は $x = F(y)$ である。したがって、一様乱数から密度 $f(y)$ の乱数への変換は

$$y(x) = F^{-1}(x), \tag{C.6}$$

となる。ここで F^{-1} は F の逆関数である。

この変換法を利用して球面上の各点の緯度 θ を決定する。
θ の確率密度 $p(y)$ は極付近よりも赤道付近の密度が大きくならなければならないので

$$p(y) = cos\theta. \tag{C.7}$$

上記の変換法を用いると

$$\theta = \arccos(y) - \pi/2, \tag{C.8}$$

を得る。

このようにして各点に対して r, ϕ, θ を与える。また次のように角座標 (r, ϕ, θ) を直交座標 (x, y, z) に座標変換する。

$$\begin{cases} x = r\cos\theta\cos\phi, \\ y = r\cos\theta\sin\phi, \\ z = r\sin\theta. \end{cases} \tag{C.9}$$

以上の手順で三次元球面上にランダムに母点を分布させることができた。これらを一様に分布させるために次のようなアルゴリズムを用いた。N 個の母点中 i 番目の母点の座標を $\boldsymbol{r_i}$、j 番目の母点の座標を $\boldsymbol{r_j}$、$\boldsymbol{r_i}$ と $\boldsymbol{r_j}$ の距離を $|\boldsymbol{r_i} - \boldsymbol{r_j}|$ と表すとしたとき、

$$F_{ij} = \frac{a}{|\boldsymbol{r_i} - \boldsymbol{r_j}|^2} \tag{C.10}$$

という反発係数 a で母点間の距離の 2 乗に反比例する力で反発させ、すべての母点がつり合う位置を求めた。そうして得られた母点群はほぼ等間隔で球面上に一様等方に分布している。これを本研究の母点群として格子を構築した。

C.1.2　二次元格子

近接三点を結んで構築した格子を Delaunay 型の格子という。以下で二次元平面内で格子を組むアルゴリズムの詳細を述べる。

最近接三点を結ぶアルゴリズムの流れは以下の通りである。

1. ある 1 点 A を選び、A と他の 2 点で決まる外接円が内部に他の点を一つも含まない 3 点を結び **initial triangle** を決定する。
2. 点同士を結ぶ直線を **link** と呼び、全ての link は初め **active** とする。
3. 各 active な link を直径とする円の内部に他の点を含むかどうかを調べる。
4. 内部に点を含めば、link の両端の点とその内部の点で決まる外接円の半径が最も大きくなる点を選ぶ。
5. 内部に点がなければ、円の中心を link に垂直な方向に微少量 ϵ 移動させ新しい円を描く。これを内部に他の点を含むまで繰り返し、他の点を含んだ場合その中で外接円の半径が最も小さくなる点を選ぶ。

   各点を **site** と呼ぶ。
6. 新しく見つかった site と link の両端の site を結び、新たな link を作る。
   この時 link は active にする。
7. 新しく出来た link が既に存在しているかどうかを調べ、もしそうならばその link を **inactive** にする。そうでなければ新しい active な link とする。
8. 考えていた link を inactive にする。

この手順は link が全て inactive になるまで行う。またこの方法は新しい site を発見する計算量を高速化する。

3 点の座標を与えた時にその外接円の中心の座標を与える式を導出する。3 点 s_1, s_2, s_3 の座標をそれぞれ $s_1(\phi_1, \theta_1), s_2(\phi_2, \theta_2), s_3(\phi_3, \theta_3)$ とする。3 点の外接円の中心の座標を $\mathrm{O}(\Phi, \Theta)$、s_1, s_2 の中点を M_{12}、s_2, s_3 の中点を M_{23}、s_3, s_4 の中点を M_{31} とすると $M_{12}(\frac{\phi_1+\phi_2}{2}, \frac{\theta_1+\theta_2}{2})$, $M_{23}(\frac{\phi_2+\phi 3}{2}, \frac{\theta_2+\theta_3}{2})$,$M_{34}(\frac{\phi_3+\phi_1}{2}, \frac{\theta_3+\theta_1}{2})$ である。
3 点 s_1, s_2, s_3 は外接円上の点なので

$$\boldsymbol{s_1 s_2} \perp \boldsymbol{M_{12} O},$$

$$\boldsymbol{s_2 s_3} \perp \boldsymbol{M_{23} O},$$

$$\boldsymbol{s_3 s_1} \perp \boldsymbol{M_{31} O},$$

である。したがって

$$(\phi_2 - \phi_1, \theta_2 - \theta_1) \cdot \left(\Phi - \frac{\phi_1+\phi_2}{2}, \Theta - \frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right) = 0,$$

$$(\phi_3-\phi_2,\theta_3-\theta_2)\cdot\left(\Phi-\frac{\phi_2+\phi_3}{2},\Theta-\frac{\theta_2+\theta_3}{2}\right)=0,$$
$$(\phi_1-\phi_3,\theta_1-\theta_3)\cdot\left(\Phi-\frac{\phi_3+\phi_1}{2},\Theta-\frac{\theta_3+\theta_1}{2}\right)=0,$$

が成り立つ。この 3 式のうち 2 式を用いて Φ と Θ について解くと 3 点 s_1, s_2, s_3 の外接円の中心座標 (Φ,Θ) は

$$\Phi=\frac{1}{2}\cdot\frac{({\phi_2}^2-{\phi_1}^2)(\theta_3-\theta 2)-({\phi_3}^2-{\phi_2}^2)(\theta_2-\theta_1)-(\theta_3-\theta_1)(\theta_2-\theta_1)(\theta_3-\theta_2)}{(\phi_2-\phi_1)(\theta_3-\theta_2)-(\phi_3-\phi_2)(\theta_2-\theta_1)}, \tag{C.11}$$
$$\Theta=\frac{1}{2}\cdot\frac{({\theta_2}^2-{\theta_1}^2)(\phi_3-\phi_2)-({\theta_3}^2-{\theta_2}^2)(\phi_2-\phi_1)-(\phi_3-\phi_1)(\phi_2-\phi_1)(\phi_3-\phi_2)}{(\theta_2-\theta_1)(\phi_3-\phi_2)-(\theta_3-\theta_2)(\phi_2-\phi_1)}, \tag{C.12}$$

である。ここで外接円の半径を R とすると

$$R=\sqrt{(\Phi-\phi_1)^2-(\Theta-\theta_1)^2}, \tag{C.13}$$

となる。

次に外接円の中心の座標を link の垂直二等分線方向に ϵ 移動させた時の中心の座標を求める式を導出する。link の両端の site の座標をそれぞれ $s_1(\phi_1,\theta_1), s_2(\phi_2,\theta_2)$、中点を $M_{12}(\phi_m,\theta_m)$ とする。ϵ 移動後の円の中心の座標を $\emptyset'(\Phi',\Theta')$ とすると、

$$\boldsymbol{M_{12}O'}\perp\boldsymbol{s_1s_2},$$

$$|\boldsymbol{M_{12}O'}|=\epsilon,$$

である。よって

$$(\phi_m-\Phi',\theta_m-\Theta')\cdot(\phi_2-\phi_1,\theta_2-\theta_2)=0,$$
$$\sqrt{(\phi_m-\Phi')^2-(\theta_m-\Theta')^2}=\epsilon,$$

が成り立つ。この 2 式を Φ',Θ' について解くと

$$\Phi'=\pm\frac{\epsilon(\theta_1-\theta_2)}{\sqrt{(\phi_1-\phi_2)^2+(\theta_1-\theta_2)^2}}+\phi_m, \tag{C.14}$$
$$\Theta'=\mp\frac{\epsilon(\phi_1-\phi_2)}{\sqrt{(\phi_1-\phi_2)^2+(\theta_1-\theta_2)^2}}+\theta_m, \tag{C.15}$$

を得る。このとき第一項の正負は中心を動かす方向で決まる。

以下はプログラム上での注意である。上記の手順を C 言語でコンピュータに計算させるために二つのデータ構造体を用いた。

```
site{
 double th;    /* site の θ 座標 */
 double ph;    /* site の φ 座標 */
 int link_number;    /* site の持つ link の数 */
 int link_address;   /* site が他のどの site と繋がっているか */
};
link{
 int site1;    /* link の両端にある site のひとつ */
 int site2;    /* site1 と逆側の site*/
 int orient;    /* 外接円の中心を移動させる方向を決める site*/
 int flag;    /* link が active かどうか */
 int boundary;    /* link が境界にあるかどうか */
};
```

この構造体を用いれば新しい site を見つけ link を構成していく過程で必要な情報を蓄え更新することが出来る。active な link を調べ円の中心を移動する方向は、最近接 3 点を結んで三角形を作った際にひとつの link に対してその両端の 2 点以外の残りの 1 点を orient とし、この orient と反対の方向になる。プログラムの中では orient の反対方向を決定するために、ϵ 移動後の中心 O' から link に垂線を下ろしその足を O'_f、orient から link に下ろした垂線の足を $orient_f$ としてベクトル $\boldsymbol{O'O'_f}$ と $\boldsymbol{orient\ orient_f}$ の正負を判断している。orient と逆方向とはつまり内積が負になる方向である。この垂線を下ろして点の方向を決める手法は新しい site を探す方向を決めるアルゴリズムでも用いた。

次に、ある site から site1,site2 を両端にもつ link に垂線を下ろしたその足の座標を求める式を導出する。link の両端 site1,site2 の座標は $s_1(\phi_1,\theta_1)$、$s_2(\phi_2,\theta_2)$、ある site を $s_o(\phi_o,\theta_o)$、s_o から link に下ろした垂線の足を ${s_o}'({\phi_o}',{\theta_o}')$ とする。

$$\boldsymbol{s_1 s_2} \perp \boldsymbol{s_o {s_o}'},$$

なので

$$(\phi_2-\phi_1,\theta_2-\theta_1)\cdot({\phi_o}'-\phi_o,{\theta_o}'-\theta_o)=0,$$

また ${s_o}'$ は直線 $s_1 s_2$ 上の点なので

$${\theta_o}'=\frac{\theta_2-\theta_1}{\phi_2-\phi_1}({\phi_o}'-\phi_1)+\theta_1,$$

が成り立つ。この 2 式を ${\phi_o}',{\theta_o}'$ について解くと

$${\phi_o}'=\frac{\phi_1(\theta_2-\theta_1)^2+\phi_o(\phi_2-\phi_1)^2+(\theta_o-\theta_1)(\theta_2-\theta_1)(\phi_2-\phi_1)}{(\phi_1-\phi_2)^2+(\theta_1-\theta_2)^2}, \tag{C.16}$$

$${\theta_o}'=\frac{\theta_1(\phi_2-\phi_1)^2+\theta_o(\theta_2-\theta_1)^2+(\phi_o-\phi_1)(\phi_2-\phi_1)(\theta_2-\theta_1)}{(\phi_1-\phi_2)^2+(\theta_1-\theta_2)^2}, \tag{C.17}$$

を得る。

ここまでで二次元格子を構成するための手順及び注意を述べてきた。次ではこの二次元格子のアルゴリズムを利用して三次元格子 (球形) を構成する手順を述べる。

C.1.3　三次元格子

　ここでは三次元格子を構成する手順を述べる。
大まかな流れとしては

1. 球面上に点を分布。
2. initial triangle の決定。
3. active な link を順に調べ格子を組む
   $\Longrightarrow$ ここで前述の二次元格子のアルゴリズムを用いる。

以下で手順２,3 の詳細を述べる（1 についてはB.1.1 節を参照)。
　2.initial triangle の決定
　三次元格子における initial tirangle を決定する手順は以下の通りである。

(1) 球面上の 1 点を選ぶ (以下点 A とする)。

(2) 点 A の接平面に他の点を射影する。

(3) 接平面上に点 A を原点、点 A から点 A 以外の任意の 1 点方向を縦軸、縦軸に垂直な方向を横軸にとり座標を決定する。

(4) 点 A の接平面内において二次元格子で initial triangle を決定した手順と同様の作業を行う。

以下で各手順の詳細を述べる。
(1) 球面上の 1 点を選ぶ
点 A はプログラムを作る時に球面上で任意に選べばよい。
ここで点 A の座標を (x_a, y_a, z_a) とする。
(2) 点 A の接平面に他の点を射影する
点 A の接平面の方程式は

$$x_a x + y_a y + z_a z = 1, \tag{C.18}$$

である。
　点 $\boldsymbol{s_j}(x_j, y_j, z_j)$ を射影した点を $\boldsymbol{s_j{}^*}(x_j{}^*, y_j{}^*, z_j{}^*)$ とする。$s_j{}^*$ は s_j を λ 倍したものとすると

$$\boldsymbol{s_j{}^*} = \lambda \boldsymbol{s_j}. \tag{C.19}$$

また $s_j{}^*$ は点 A の接平面上の点なので式 (C.18) より

$$x_a x_j{}^* + y_a y_j{}^* + z_a z_j{}^* = 1. \tag{C.20}$$

よって式 (C.19) より

$$\begin{aligned} \boldsymbol{s_j{}^*} &= \lambda \boldsymbol{s_j} \\ (x_j^*, y_j^*, z_j^*) &= (\lambda x_j, \lambda y_j, \lambda z_j) \end{aligned}$$

これを式 (C.20) へ代入すると、

$$\begin{aligned}
\lambda(x_a x_j + y_a y_j + z_a z_j) &= 1 \\
\lambda &= \frac{1}{x_a x_j + y_a y_j + z_a z_j} \\
\boldsymbol{s_j}^* &= \frac{1}{x_a x_j + y_a y_j + z_a z_j}(x_j, y_j, z_j) \qquad \text{(C.21)}
\end{aligned}$$

を得る。
(3) 接平面上に点 A を原点、点 A から点 A 以外の任意の 1 点方向を縦軸、縦軸に垂直な方向を横軸にとり座標を決定する。
点 A(x_a, y_a, z_a) を原点 $(0, 0)$ とする座標系を考える。
接平面上の任意の 1 点 s^*_ξ $(x^*_\xi, y^*_\xi, z^*_\xi)$ を選び As^*_ξ 方向を座標軸 ξ とする。また ξ に垂直な軸を η とする。

接平面上の各点 s^*_j (x^*_j, y^*_j, z^*_j) を (ξ_j, η_j) に変換する。

s^*_j が ξ 軸となす角を θ^ξ_j、η 軸となす角を θ^η_j とすると座標変換式は以下の通りである。

$$\begin{aligned}
\xi_j &= \left|\boldsymbol{As^*_j}\right| \cos\theta^\xi_j \\
&= \left|\boldsymbol{As^*_j}\right| \frac{\boldsymbol{As^*_j} \cdot \boldsymbol{As^*_\xi}}{\left|\boldsymbol{As^*_j}\right|\left|\boldsymbol{As^*_\xi}\right|} \\
&= \frac{(x^*_j - x_a)(x^*_\xi - x_a) + (y^*_j - y_a)(y^*_\xi - y_a) + (z^*_j - z_a)(z^*_\xi - z_a)}{\sqrt{(x_a - x^*_\xi)^2 + (y_a - y^*_\xi)^2 + (z_a - z^*_\xi)^2}}, \qquad \text{(C.22)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\eta_j &= \left|\boldsymbol{As^*_j}\right| \cos\theta^\eta_j \\
&= \left|\boldsymbol{As^*_j}\right| \frac{\boldsymbol{As^*_j} \cdot \boldsymbol{As^*_\eta}}{\left|\boldsymbol{As^*_j}\right|\left|\boldsymbol{As^*_\eta}\right|} \\
&= \frac{(x^*_j - x_a)(x^*_\eta - x_a) + (y^*_j - y_a)(y^*_\eta - y_a) + (z^*_j - z_a)(z^*_\eta - z_a)}{\sqrt{(x_a - x^*_\eta)^2 + (y_a - y^*_\eta)^2 + (z_a - z^*_\eta)^2}}. \qquad \text{(C.23)}
\end{aligned}$$

(4) このようにして得られた (ξ, η) 平面で二次元格子のアルゴリズムを用いて initial triangle を決定する。

3. active な link を順に調べ格子を組む

二次元格子を組むアルゴリズムを利用するために

active な link の中点を中心から球面上に延長した点での接平面を考え、球面上の各点を接平面に射影し、接点近傍の平面内で近似して新たな site を探す

というアイデアを使った。以下で手順の詳細を述べる。

ある 2 点 $s_1(x_1, y_1, z_1), s_2(x_2, y_2, z_2)$ を両端に持つ $link_{12}$ の中点を $\mathbf{M_{12}}(x_m, y_m, z_m)$ とする。この $\mathbf{M_{12}}$ を球面上へ延長した点 $\mathbf{M^*_{12}}(x^*_m, y^*_m, z^*_m)$ は R を球の半径とすると、

$$\boldsymbol{M^*_{12}} = R\frac{\boldsymbol{M^*_{12}}}{\left|\boldsymbol{M^*_{12}}\right|}, \qquad \text{(C.24)}$$

であり、また M_{12}^* における接平面の方程式は球の半径 $R=1$ とすると

$$x_m^* x + y_m^* y + z_m^* z = 1. \tag{C.25}$$

したがって initial triangle を決定した時と同様に各点 $\mathbf{s_j}$ を接平面上に射影する。射影した点を $\mathbf{s_j^*}$ とすると

$$\boldsymbol{s_j}^* \;=\; \frac{1}{x_m^* x_j + y_m^* y_j + z_m^* z_j}(x_j, y_j, z_j), \tag{C.26}$$

を得る。

次に接平面上での座標を決定する。

$\mathbf{M_{12}^*}$ を原点、$s_1^* s_2^*$ 方向を η 軸、η 軸に垂直な軸を ξ 軸として各点を座標変換する。s_j^* が ξ 軸となす角を θ_j^ξ、η 軸となす角を θ_j^η とすると二次元格子の場合と同様にして

$$\begin{aligned}
\eta_j^* &= \left|\boldsymbol{M_{12}^* s_j^*}\right| \cos\theta_j^\eta \\
&= \left|\boldsymbol{M_{12}^* s_j^*}\right| \frac{\boldsymbol{M_{12}^* s_j^*} \cdot \boldsymbol{M_{12}^* s_1^*}}{\left|\boldsymbol{M_{12}^* s_j^*}\right| \left|\boldsymbol{M_{12}^* s_1^*}\right|} \\
&= \frac{(x_j^* - x_m^*)(x_1^* - x_m^*) + (y_j^* - y_m^*)(y_1^* - y_m^*) + (z_j^* - z_m^*)(z_1^* - z_m^*)}{\sqrt{(x_m^* - x_1^*)^2 + (y_m^* - y_1^*)^2 + (z_m^* - z_1^*)^2}}.
\end{aligned} \tag{C.27}$$

ξ 方向を決めるために ξ 軸上の点 $s_\xi^*(x_\xi^*, y_\xi^*, z_\xi^*)$ を求める。s_ξ^* は接平面上の点なので

$$x_m^* x_\xi^* + y_m^* y_\xi^* + z_m^* z_\xi^* = 1, \tag{C.28}$$

にしたがう。また η 軸 $\perp$ ξ 軸つまり $M_{12}^* s_\xi^* \perp M_{12}^* s_1^*$ なので

$$(x_\xi^* - x_m^*)(x_1^* - x_m^*) + (y_\xi^* - y_m^*)(y_1^* - y_m^*) + (z_\xi^* - z_m^*)(z_1^* - z_m^*) = 0. \tag{C.29}$$

これを解くと

$$x_\xi^* x_1^* + y_\xi^* y_1^* + z_\xi^* z_1^* = 1, \tag{C.30}$$

を得る。s_ξ^* はここで得られた 2 式にしたがう任意の点であるので簡単のため $z_\xi^* \equiv 0$ とする。したがって次の 2 式を満たす x_ξ^*, y_ξ^* を求めればよい。

$$\begin{cases} x_\xi^* x_m^* + y_\xi^* y_m^* = 1 \\ x_\xi^* x_1^* + y_\xi^* y_1^* = 1. \end{cases} \tag{C.31}$$

これを x_ξ^*, y_ξ^* について解くと

$$\begin{cases} x_\xi^* = \dfrac{y_1^* - y_m^*}{x_m^* y_1^* - y_m^* x_1^*} \\ y_\xi^* = \dfrac{-x_1^* + x_m^*}{x_m^* y_1^* - y_m^* x_1^*}, \end{cases} \tag{C.32}$$

を得る。これを用いて各 s_j^* の ξ 座標を求める。

$$\begin{aligned}
\xi_j^* &= \left|\boldsymbol{M}_{12}^*\boldsymbol{s}_j^*\right|\cos\theta_\xi \\
&= \left|\boldsymbol{M}_{12}^*\boldsymbol{s}_j^*\right| \frac{\boldsymbol{M}_{12}^*\boldsymbol{s}_j^* \cdot \boldsymbol{M}_{12}^*\boldsymbol{s}_\xi^*}{\left|\boldsymbol{M}_{12}^*\boldsymbol{s}_j^*\right|\left|\boldsymbol{M}_{12}^*\boldsymbol{s}_\xi^*\right|} \\
&= \frac{(x_j^*-x_m^*)(x_\xi^*-x_m^*)+(y_j^*-y_m^*)(y_\xi^*-y_m^*)+(z_j^*-z_m^*)(z_\xi^*-z_m^*)}{\sqrt{(x_m^*-x_\xi^*)^2+(y_m^*-y_\xi^*)^2+(z_m^*-z_\xi^*)^2}}. \qquad \text{(C.33)}
\end{aligned}$$

このようにして各 link に対して接平面を考え二次元格子のアルゴリズムを随時使って格子を構成していく。

接平面に射影して二次元格子のアルゴリズムを使うのはよいのだが、特に注意しなければならないことがある。二次元に射影したためにその誤差により接平面での距離と三次元球上での距離は一致しない、したがって接平面上で二次元格子のアルゴリズムを用いる際に距離に関しては三次元距離を用いなければならない。特に三次元での外接円の半径を求める式を以下で導出する。

3 点 $s_1(x_1,y_1,z_1), s_2(x_2,y_2,z_2), s_3(x_3,y_3,z_3)$ で決まる外接円の半径を求める。各点は接平面上ではなく格子上の座標であることに注意せよ。

外接円の半径を R、s_2s_1 と s_2s_3 がなす角を $\boldsymbol{\Theta}$ とおくと三角形の正弦定理より

$$R = \frac{|\boldsymbol{s_1s_2}|}{2\sin\boldsymbol{\Theta}}, \qquad \text{(C.34)}$$

が成り立つ。さらに

$$\cos\boldsymbol{\Theta} = \frac{\boldsymbol{s_2s_1}\cdot\boldsymbol{s_2s_3}}{|\boldsymbol{s_2s_1}|\,|\boldsymbol{s_2s_3}|}, \qquad \text{(C.35)}$$

より

$$\boldsymbol{\Theta} = \arccos\frac{\boldsymbol{s_2s_1}\cdot\boldsymbol{s_2s_3}}{|\boldsymbol{s_2s_1}|\,|\boldsymbol{s_2s_3}|}. \qquad \text{(C.36)}$$

したがってこれを用いて

$$R = \frac{|\boldsymbol{s_1s_2}|}{2\sin\left(\arccos\frac{\boldsymbol{s_2s_1}\cdot\boldsymbol{s_2s_3}}{|\boldsymbol{s_2s_1}||\boldsymbol{s_2s_3}|}\right)}, \qquad \text{(C.37)}$$

を得る。最後にプログラムで用いたデータ構造体を示す。

```
site{        /* 格子上での各 site の情報 */
 double x;     /* 各 site の x 座標 */
 double y;     /* 各 site の y 座標 */
 double z;     /* 各 site の z 座標 */
 int link_number;     /* site の持つ link の数 */
 int link_address;     /* site の link 先 */
};
```

```
initial{    /* 射影後のの各siteの情報 */
 double x;    /* 射影後の各siteの x 座標 */
 double y;    /* 射影後の各siteの y 座標 */
 double z;    /* 射影後の各siteの z 座標 */
 int presite;    /* 射影前の格子上での番号 */
 double ξ;    /* 射影後の ξ 座標 */
 double η;    /* 射影後の η 座標 */
};
link{
 int site1;    /* linkの両端にあるsiteのひとつ */
 int site2;    /* site1と逆側のsite */
 int orient;    /* 外接円の中心を移動させる方向を決めるsite */
 int flag;    /* linkがactiveかどうか */
 int boundary;    /* linkが境界にあるかどうか */
};
```

C.2 Voroni 格子構築法

この節では前節のDelaunay格子に双対な**Voronoi 格子**について述べる。Voronoi格子とは前節で組んだ格子の各linkの垂直二等分線の交点同士を結んで出来る格子のことである。

まず二つのlinkの垂直二等分線の交点の座標 O_c (X,Y,Z) を求める式を導出する。

二つのlinkの両端を s_1 (x_1,y_1,z_1),s_2 (x_2,y_2,z_2),s_3 (x_3,y_3,z_3) とする。二つのlinkは点 s_1 で交わっている。三点で決まる外接円の半径を R(その値は前節の式で求める) とすると、二つのlinkの垂直二等分線の交点は外接円の中心に他ならないから、

$$\begin{cases} (X-x_1)^2+(Y-y_1)^2+(Z-z_1)^2=R^2, \\ (X-x_2)^2+(Y-y_2)^2+(Z-z_2)^2=R^2, \\ (X-x_3)^2+(Y-y_3)^2+(Z-z_3)^2=R^2, \end{cases} \tag{C.38}$$

である。この式に3点 s_1,s_2,s_3 が半径1の球面上にあること

$$x_j^2+y_j^2+z_j^2=1 \quad j=1,2,3,$$

と、O_c、s_j $(j=1,2,3)$、球中心 O $(0,0,0)$ が直角三角形をなすこと

$$X^2+Y^2+Z^2=1-R^2,$$

の2式を用いて変形すると

$$\begin{cases} x_1X+y_1Y+z_1Z=1-R^2, \\ x_2X+y_2Y+z_2Z=1-R^2, \\ x_3X+y_3Y+z_3Z=1-R^2, \end{cases} \tag{C.39}$$

$$
\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = 1 - R^2, \tag{C.40}
$$

であり、この連立方程式を解くと

$$
\begin{cases}
X = (1-R^2)\dfrac{y_2z_3 - z_2y_3 - y_1z_3 + z_1y_3 + y_1z_2 - z_1y_2}{x_1y_2z_3 - x_1z_2y_3 - x_2y_1z_3 + x_2z_1y_3 + x_3y_1z_2 - x_3z_1y_2}, \\[2ex]
Y = (1-R^2)\dfrac{-x_2z_3 + z_2x_3 + x_1z_3 - z_1x_3 - x_1z_2 + z_1x_2}{x_1y_2z_3 - x_1z_2y_3 - x_2y_1z_3 + x_2z_1y_3 + x_3y_1z_2 - x_3z_1y_2}, \\[2ex]
Z = (1-R^2)\dfrac{x_2y_3 - y_2x_3 - x_1y_3 + y_1x_3 + x_1y_2 - y_1x_2}{x_1y_2z_3 - x_1z_2y_3 - x_2y_1z_3 + x_2z_1y_3 + x_3y_1z_2 - x_3z_1y_2},
\end{cases} \tag{C.41}
$$

を得る。ここで得られた式を用いて隣り合う link の垂直二等分線の交点を求め、順に繋ぎ Voronoi 格子を構成する。

付 録D　２天体の相対運動

２天体（エウロパと木星）の相対運動をNewtonの運動方程式から導くことができる。木星の質量をM、エウロパの質量をmとし、木星は原点に固定されているとしてそのまわりのエウロパの運動を考える。万有引力は中心力であるから、エウロパの運動は一平面内に限られる。エウロパと木星の距離をrとして、極座標(r, φ)を取る図D.1。力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}m\left[\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right] - G\frac{Mm}{r} = E, \tag{D.1}$$

となる。また中心力なので原点まわりの角運動量は保存されなければならない。つまり、面積速度一定でなければならない。

$$r^2\frac{d\varphi}{dt} = h \qquad h\text{:const.} \tag{D.2}$$

この二式からdtを消去してrとφの関係を求める。式D.2より

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{h}{r^2}. \tag{D.3}$$

また

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt} = \frac{h}{r^2}\frac{dr}{d\varphi}, \tag{D.4}$$

となる。これを式D.1に代入

$$\frac{1}{2}m\left[\frac{h^2}{r^4}\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2 + \frac{h^2}{r^2}\right] - G\frac{Mm}{r} = E, \tag{D.5}$$

より

$$\frac{\pm h dr}{r^2\sqrt{\frac{2}{m}\left(E + \frac{GMm}{r} - \frac{mh^2}{2r^2}\right)}} = d\varphi. \tag{D.6}$$

ここで$r = \dfrac{1}{z}$とおくと

$$\frac{\mp dz}{\sqrt{\frac{2E}{mh^2} + 2\frac{GMz}{h^2} - z^2}} = d\varphi, \tag{D.7}$$

と簡単にできる。さらに

$$\frac{\mp dz}{\sqrt{\frac{2E}{mh^2} + 2\frac{GMz}{h^4} - \left(z - \frac{GM}{h^2}\right)^2}} = d\varphi, \tag{D.8}$$

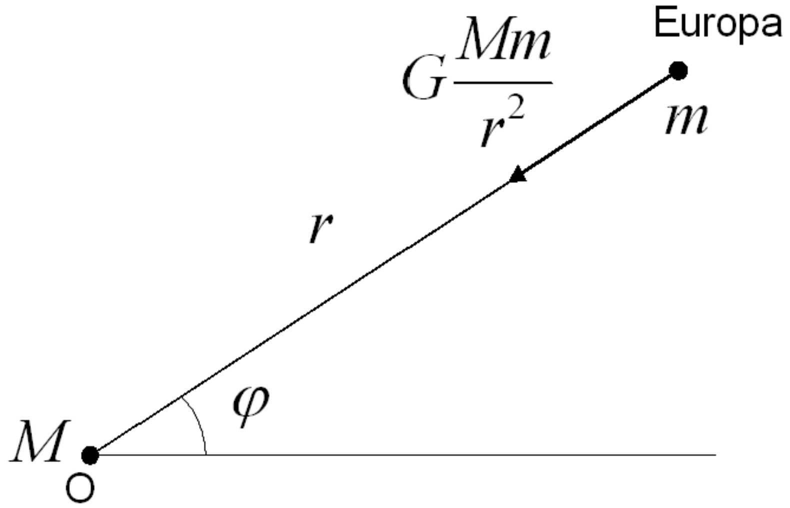

図 D.1: エウロパと木星

とすると、

$$
\begin{aligned}
I &= \mp\int\frac{dz}{\sqrt{A^2-(z-B)^2}} \\
&= \pm\cos^{-1}\frac{z-B}{A},
\end{aligned}
$$

を用いて

$$
\pm\cos^{-1}\frac{z-\frac{GM}{h^2}}{\sqrt{\frac{2E}{mh^2}+\frac{G^2M^2}{h^4}}}=\varphi-\alpha\quad\alpha\text{:積分定数}, \tag{D.9}
$$

と表せる。これを使うと

$$
\begin{aligned}
\frac{z-\frac{GM}{h^2}}{\sqrt{\frac{2E}{mh^2}+\frac{G^2M^2}{h^4}}} &= \cos(\varphi-\alpha) \\
z &= \frac{GM}{h^2}+\sqrt{\frac{2E}{mh^2}+\frac{G^2M^2}{h^4}}\cos(\varphi-\alpha).
\end{aligned}
$$

つまり

$$
r=\frac{\frac{h^2}{GM}}{1+\sqrt{\frac{2Eh^2}{G^2M^2m}+1}\cos(\varphi-\alpha)}. \tag{D.10}
$$

ここで $\frac{h^2}{GM}=l$、$\sqrt{\frac{2Eh^2}{G^2M^2m}+1}=\epsilon$ とおくと

$$
r=\frac{l}{1+\epsilon\cos(\varphi-\alpha)}, \tag{D.11}
$$

となる。この式は原点（木星）を焦点の一つとする円錐曲線で ϵ は離心率、l は半直弦とよばれる。この方程式が表す曲線は ϵ の値によって下記のように変化する。

$$
\epsilon \;<\; 1 \;\text{ ならば楕円.}
$$

$$\begin{aligned} \epsilon &= 1 \quad \text{ならば放物線.} \\ \epsilon &> 1 \quad \text{ならば双曲線.} \end{aligned}$$

エウロパの離心率は 0.009 なのでエウロパは木星の周りを楕円軌道を描いて運動していることが解析的に確かめられた。

次にエウロパの位置 (r, φ) と時刻 t の関係式を導く。エネルギー保存の式と面積速度一定の式から

$$\frac{1}{2}\left[\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{h^2}{r^2}\right] - G\frac{Mm}{r} = E,$$

$$\frac{dr}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}\left(E + \frac{GMm}{r} - \frac{mh^2}{2r^2}\right)},$$

根号の中が 0 になるのは $\dfrac{dr}{dt} = 0$ の時で、これは r が極大および極小の時つまり遠木点と近木点に相当する。

$$E + \frac{GMm}{r} - \frac{mh^2}{2r^2} = 0, \tag{D.12}$$

を r について解くと

$$\begin{aligned} r &= -\frac{GMm}{2E} \pm \frac{GMm}{2E}\left(1 + \frac{2h^2E}{G^2M^2m}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= a\left(1 \mp \epsilon\right). \end{aligned}$$

したがって遠木点および近木点の位置での r は下記の通り。ただし $a = -\dfrac{GMm}{2E}$ は楕円軌道の長半径である。

$$\begin{aligned} &\text{近木点} \qquad r = a\left(1 - \epsilon\right), \\ &\text{遠木点} \qquad r = a\left(1 + \epsilon\right). \end{aligned}$$

これを使うと

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= \pm\frac{\sqrt{-\frac{2E}{m}}}{r}\sqrt{\left\{r - a\left(1 - \epsilon\right)\right\}\left\{r - a\left(1 + \epsilon\right)\right\}} \\ &= \pm\frac{\sqrt{-\frac{2E}{m}}}{r}\sqrt{a^2\epsilon^2 - \left(a - r\right)^2}. \end{aligned}$$

ここで $a - r \equiv a\epsilon\cos u$ とおく、つまり $r = a\left(1 - \epsilon\cos u\right)$ とすると

$$\frac{a\epsilon\sin u du}{dt} = \pm\sqrt{-\frac{2E}{m}}\frac{1}{a\left(1 - \epsilon\cos u\right)}\sqrt{a^2\epsilon^2 - a^2\epsilon^2\cos^2 u}$$

$$
\begin{aligned}
dt &= \pm\sqrt{-\frac{m}{2E}}a\left(1-\cos u\right)du \\
t &= \sqrt{-\frac{m}{2E}}a\int_0^u\left(1-\epsilon\cos u\right)du \\
&= \sqrt{-\frac{m}{2E}}a\left(u-\epsilon\sin u\right),
\end{aligned}
$$

今 $\sqrt{-\frac{m}{2E}}a = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{GM}}a = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$ であり、$T = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$ なので上式は平均の角速度 $n = \frac{2\pi}{T}$（天文学では **平均運動** ）を導入すると

$$
\begin{cases}
nt = & u-\epsilon\sin u, \\
r = & a\left(1-\epsilon\cos u\right),
\end{cases}
\tag{D.13}
$$

これが木星を原点とするエウロパの位置 (r,φ) と時刻 t の関係式である。上式は Kepler eq. と呼ばれる。

謝辞

本論文作成において直接のご指導と数々の意義のあるご指摘をいただきました水口毅先生に深く感謝の意を表します。また、多大なるご意見をいただきました、大同寛明教授、福田浩昭先生に深く感謝いたします。最後に、研究の間お世話になりました研究室の皆様に感謝の意を示し、本論文の結びと致します。

参考文献

[1] William K. Hartmann, **Moons & Planets**, Wadsworth Publishing Company.

[2] Richard Greenberg et al., **Tectonic Processes on Europa:Tidal Stresses,Mechanical Response,and Visible Features**, Icarus **135** 64-78 (1998).

[3] Gregory V. Hoppa, **Formation of Cycloidal Features on Europa**, SCIENCE **285** 17 SEPTEMBER (1999).

[4] Nimmo F.and E. Gaido, **Strike-slip motion and double ridge formation on Europa**, J. Geophys.Res. **107** 10.1029/200JE001476 (2002).

[5] H. Takeuchi, **On the Earth tide of the compressible earth of variable density and elasticity**, Trans. Amer. Geophys. Union, **31**, 651-689, (1950).

[6] Richard Greenberg et al., **Tidal-tectonic processes and their implications for the character of Europa's icy crust**, Reviews of Geophysics, **40**, 2 (2002).

[7] Yuji Harada, **The Dependence of Surface Tidal Stress on the Internal Structure of Europa**, 筑波大学 大学院 生命環境科学研究科 修士論文 (2004).

[8] K. B. Lauritsen et al., **Performance of Random Lattice Algorithms**, International Journal of Modern Physics, C **5** No.6, (1994).

[9] William H. Press et al., **NUMERICAL RECIPES in C**, 技術評論社.

[10] F. K. Wittel et al., **Break-up of shells under explosion and impact**, Physical Review letter E, **71**, 016108,(2005)

[11] 宇野木早苗, **沿岸の海洋物理学**, 東海大学出版会.

[12] 唐戸俊一郎, **レオロジーと地球科学**, 東京大学出版.

本文中の図 1.1~1.11 は NASA のホームページ内 **PLANETARY PHOTOJOURNAL**
http://photojournal.jpl.nasa.gov/target/Europa
から転載。